Ders #3

Otomatik Kontrol

Blok Diyagramlar ve İşaret Akış Diyagramları

Prof.Dr.Galip Cansever

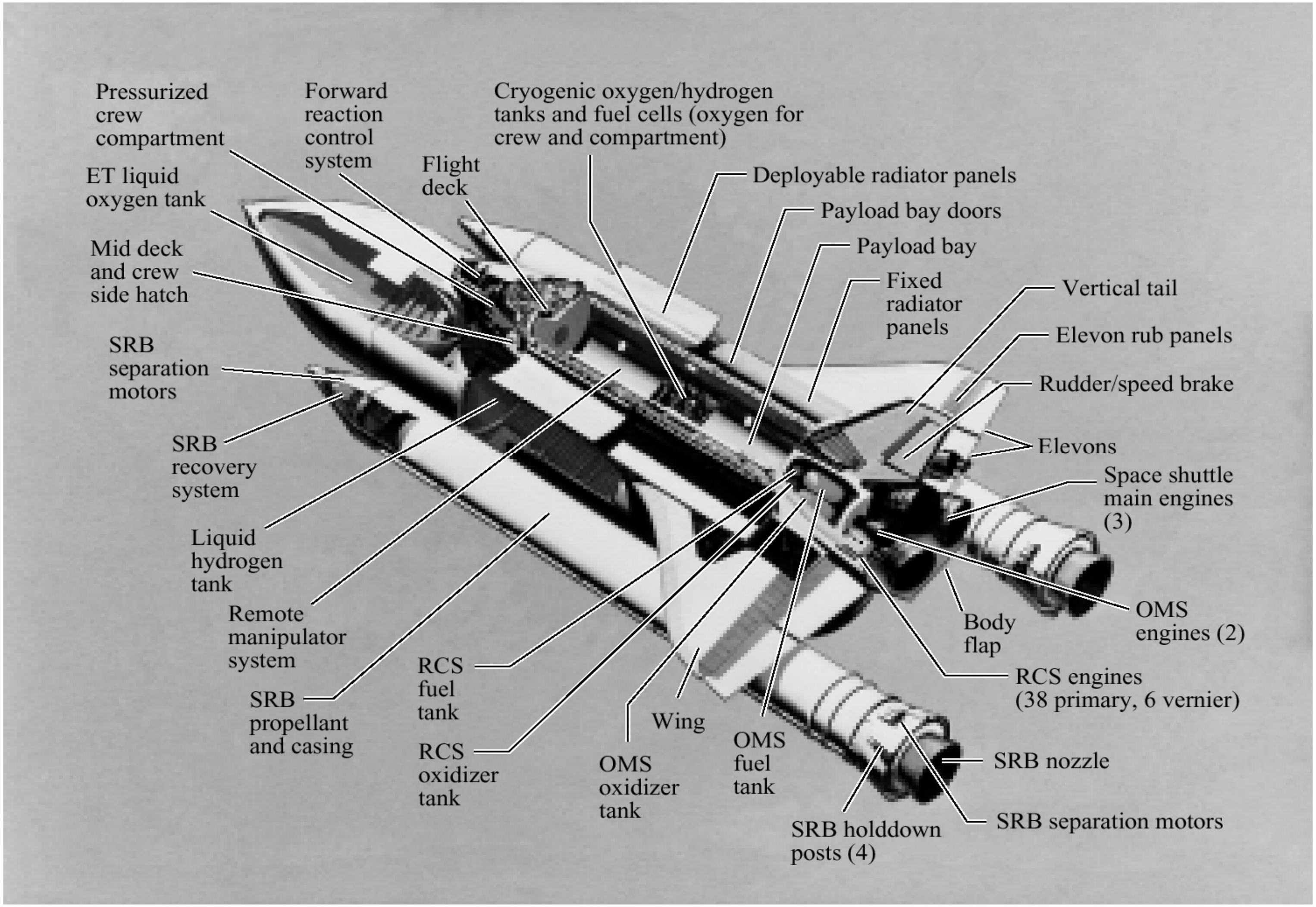
Karmaşık sistemler bir çok alt sistemin bir araya gelmesiyle oluşmuştur.

Eğer karmaşık bir sistemi tek bir transfer fonksiyonuna veya alt sisteme indirgeyebilirsek tüm sistemi analitik olarak daha kolay inceleyebiliriz.

Karmaşık sistemleri tek bir transfer fonksiyonuna iki yöntemle indirgeyebiliriz:

1. Blok Diyagramları
2. İşaret Akış Diyagramları

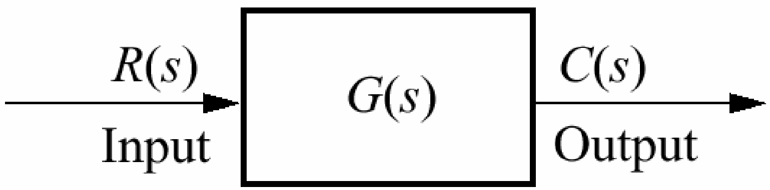
BLOK DİYAGRAMLAR



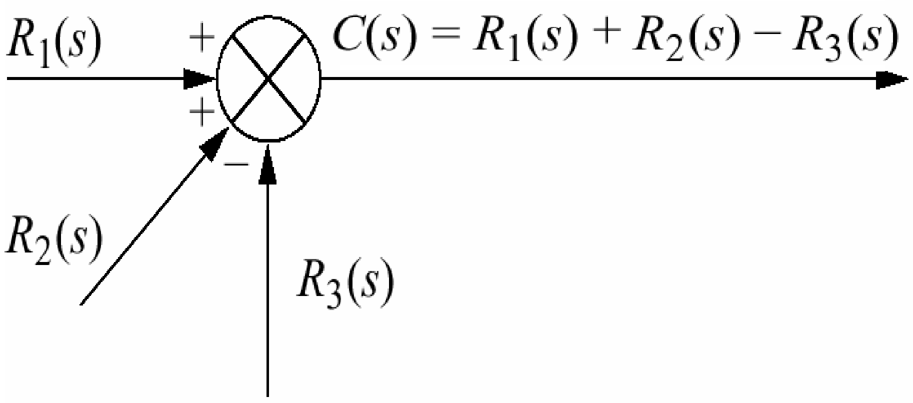
Birden fazla sistemden oluşan uzay aracı

Bir önceki sayfada gödüğümüz gibi karmaşık bir sistem birden fazla alt sistemin biraraya gelmesi ile oluşmuştur. Bu alt sistemler arasında ilişkilenmeyi sağlayan basit operatörler vardır:

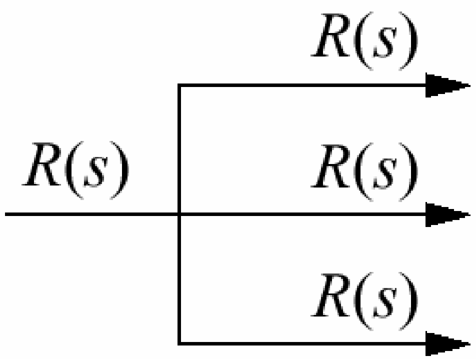
Signals



System



Summing junction



Pickoff point

Bir sistemin blok diyagramı sistem parçalarının işlevlerinin ve işaret akışının şekli gösterimidir.

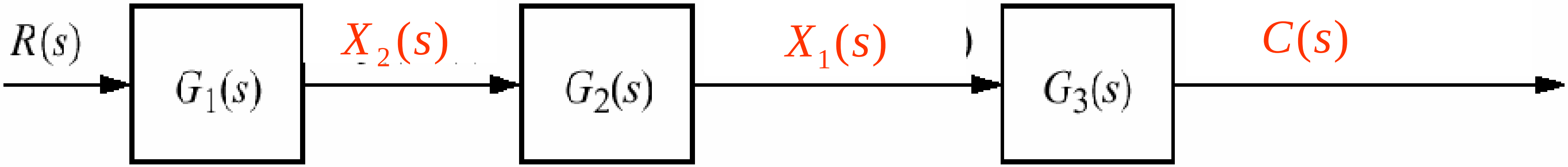
Tüm sistemimi oluşturan alt sistemleri işaret akışına göre tüm sistemin blok diyagramını oluşturmak üzere ilişkilendirmek zor değildir. Böylece tüm sistemin performansına her bir alt sistemin katkısını belirleyebiliriz.

Bir sistemin blok diyagramı sistemin dinamik davranışını temsil eder, sistemin fiziksel yapısı hakkında bilgi vermez.

Birbiriyle alakasız iki ayrı sistemin blok diyagramları aynı olabilir.

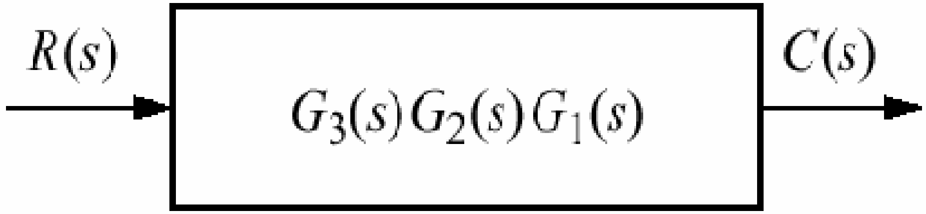
Bir sistemin blok diyagram gösterimi tek değildir. Yapılacak analize göre bir sistem farklı blok diyagramlar şeklinde gösterilebilir.

Ardarda (Kaskat) Bağlantı:



$X_2(s) = G_1(s)R(s)$ $\quad$ $X_1(s) = G_2(s)G_1(s)R(s)$ $\quad$ $C(s) = G_3(s)G_2(s)G_1(s)R(s)$

Sistemin eşdeğer giriş-çıkış ilişkisi:

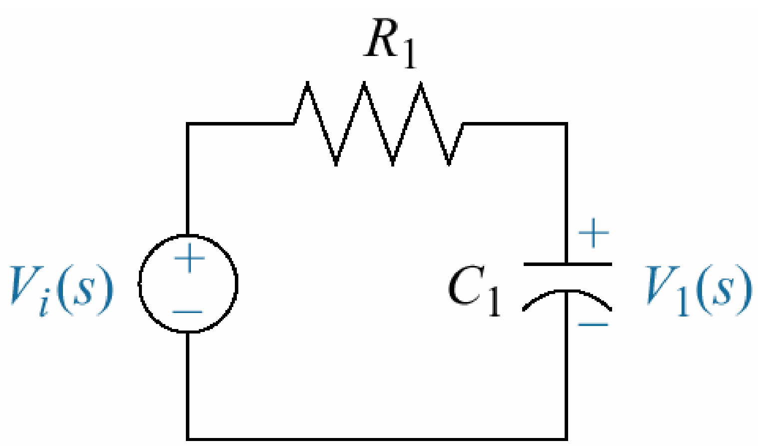


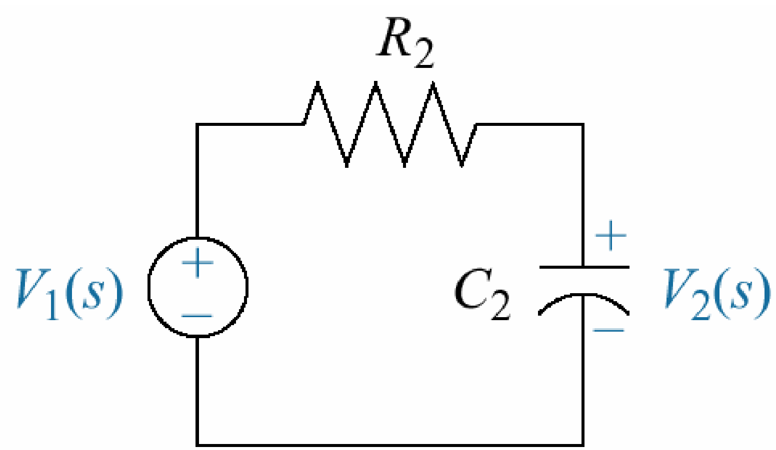
$$G_e(s) = G_3(s)G_2(s)G_1(s)$$

Bu eşdeğer giriş- çıkış ilişkisi alt sistemlerin birbirlerini yüklemedikleri varsayımı ile doğrudur. Eğer yüklenme söz konusu ise eşdeğer giriş çıkış ilişkisi oluşturulurken yüklenme etkisi göz önünde bulundurulmalıdır.

Yüklenme etkisini basitçe şöyle ifade edebiliriz: Eğer bir alt sistemin çıkışına başka bir alt sistem elenmesi ile değişmiyorsa sistem yüklenmiyor demektir, eğer değişiyorsa yüklenme etkisi vardır ve eş değer sistem oluşturululurken göz önüne alınması gerekir.

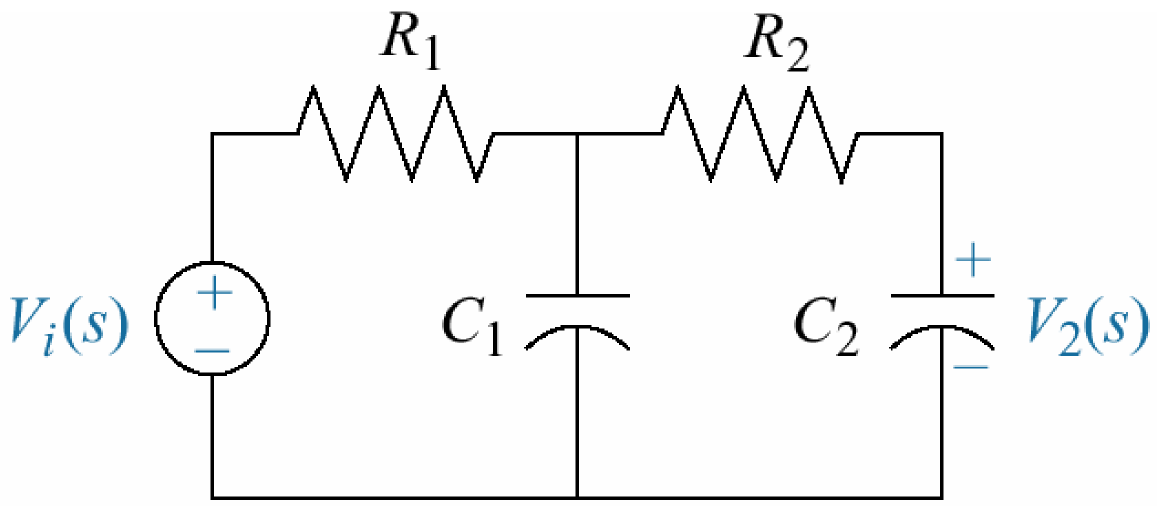
Örnek





$$G_1(s) = \frac{V_1(s)}{V_i(s)} \qquad G_2(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)}$$

$$G_1(s) = \frac{V_1(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{R_1C_1}}{s + \frac{1}{R_1C_1}} \qquad G_2(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{\frac{1}{R_2C_2}}{s + \frac{1}{R_2C_2}}$$



$$G_T(s) = \frac{V_2(s)}{V_i(s)} \neq G_2(s)G_1(s)$$

Giriş-Çıkış ilişkisini kurduğumuzda:

$$G(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{\dfrac{1}{R_1C_1R_2C_2}}{s^2 + \left(\dfrac{1}{R_1C_1} + \dfrac{1}{R_2C_2} + \dfrac{1}{R_2C_1}\right)s + \dfrac{1}{R_1C_1R_2C_2}}$$

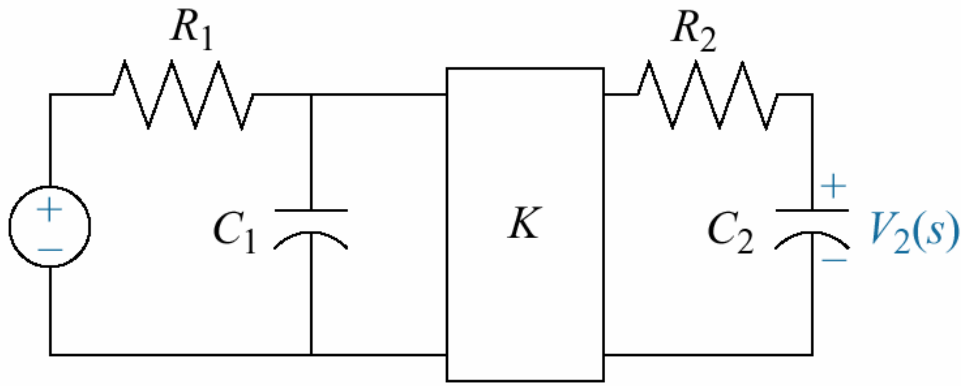
Olarak elde ederiz.

Yüklenme etkisi göz önüne alınmazsa:

$$G(s)=\frac{V_2(s)}{V_1(s)}=\frac{\dfrac{1}{R_1C_1R_2C_2}}{s^2+\left(\dfrac{1}{R_1C_1}+\dfrac{1}{R_2C_2}\right)s+\dfrac{1}{R_1C_1R_2C_2}}$$

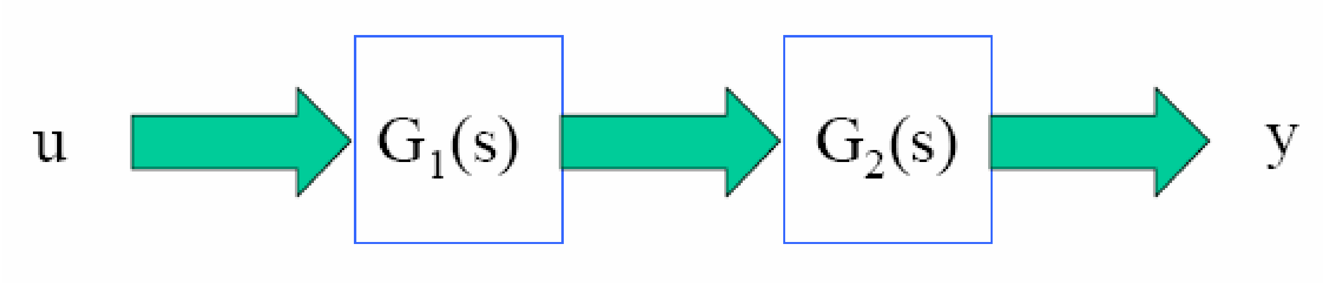
Görüldüğü gibi iki giriş-çıkış ilişkisi arasında fark var.

İki alt sistem arasında yüklenme etkisini ortadan kaldırmak için genellikle iki alt sistem arasında op-amp kullanılır.



$$G_T(s)=\frac{V_2(s)}{V_i(s)}=KG_2(s)G_1(s)$$

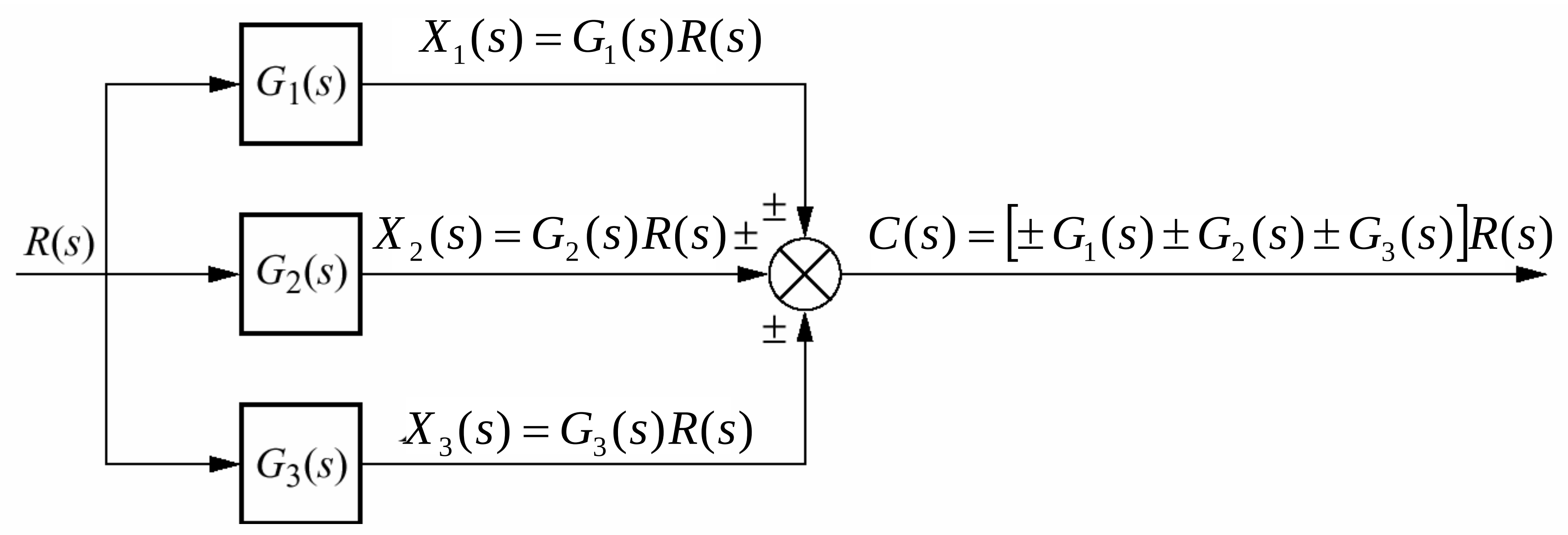
Genel olarak yüklenme etkisinin giriş-çıkış ilişkisindeki etkisi:

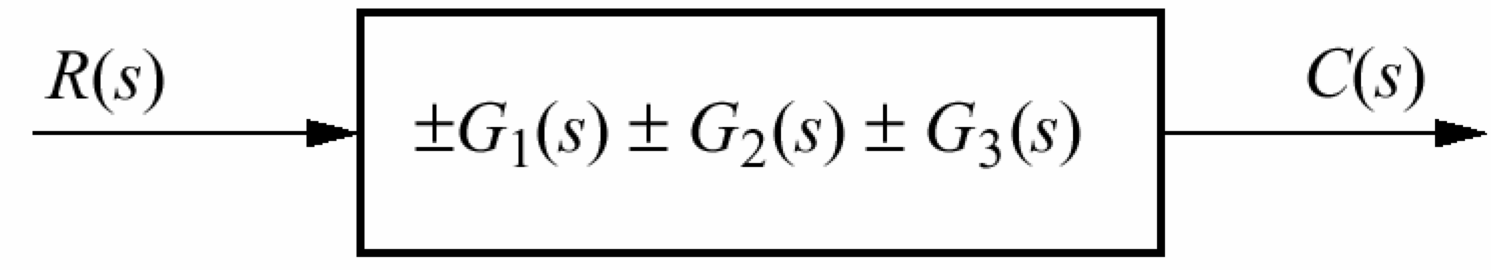


$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \left[G_1(s) \frac{1}{1 + \frac{Z_{o1}}{Z_{i2}}} \right] G_2(s)$$

$\frac{Z_{o1}}{Z_{i2}} << 1$ İse yüklenme etkisi ihmal edilebilir.

Paralel Bağlantı:

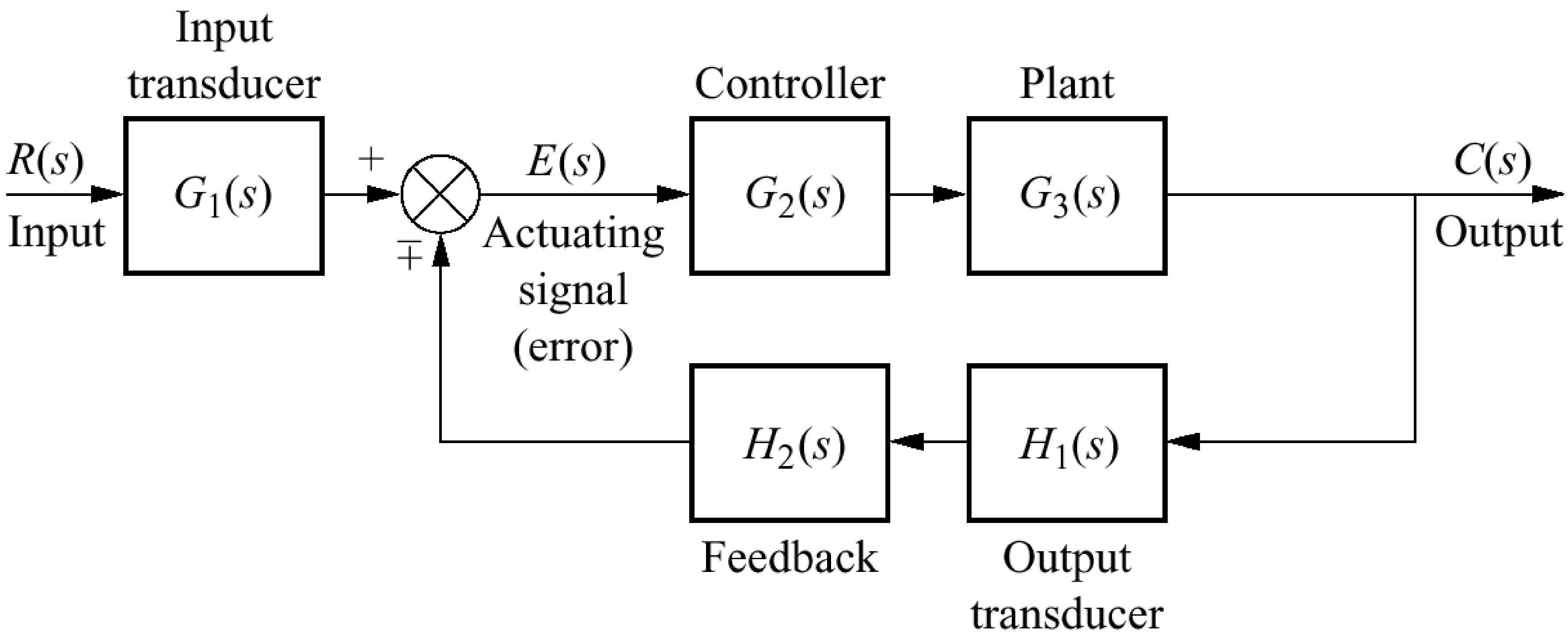




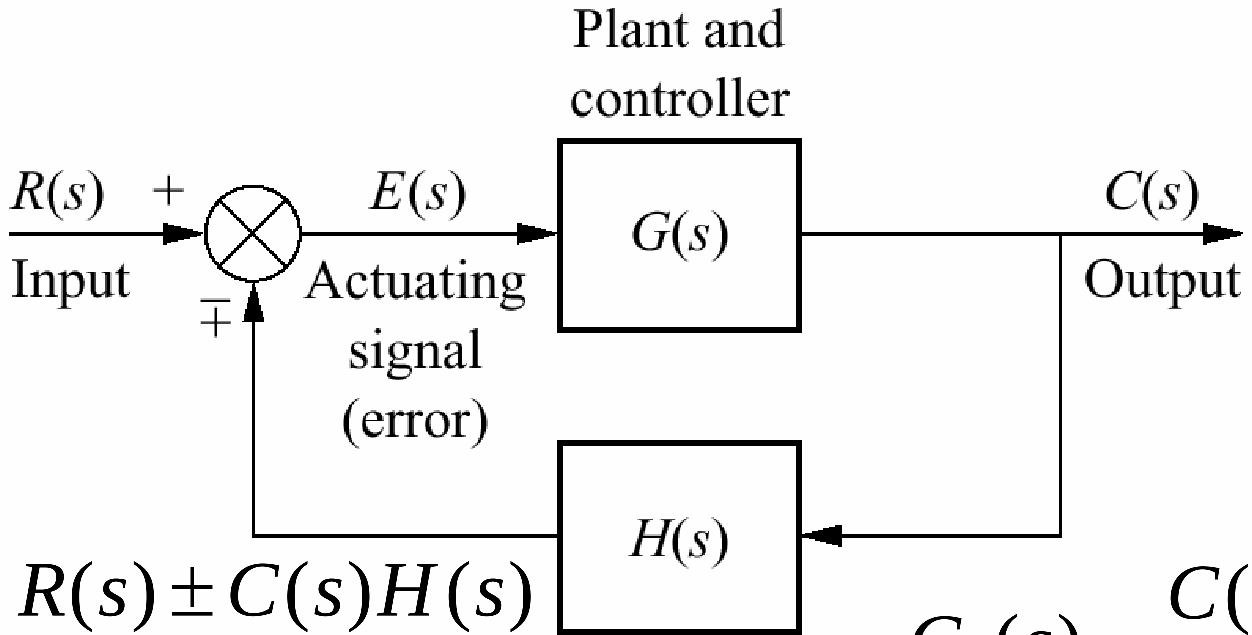
$$G_e = \pm G_1(s) \pm G_2(s) \pm G_3(s)$$

Geri-besleme Bağlantısı:

Geri besleme bağlantısı kontrol tasarımı yapan mühendis için temel bir konudur.



Blok diyagramını sadeleştirelim;



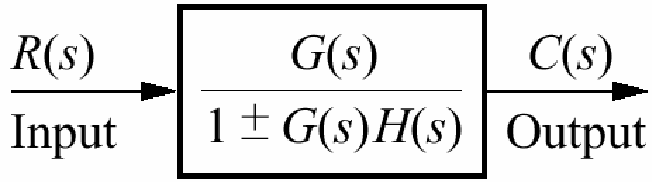
$$E(s) = R(s) \pm C(s)H(s)$$

$$C(s) = E(s)G(s)$$

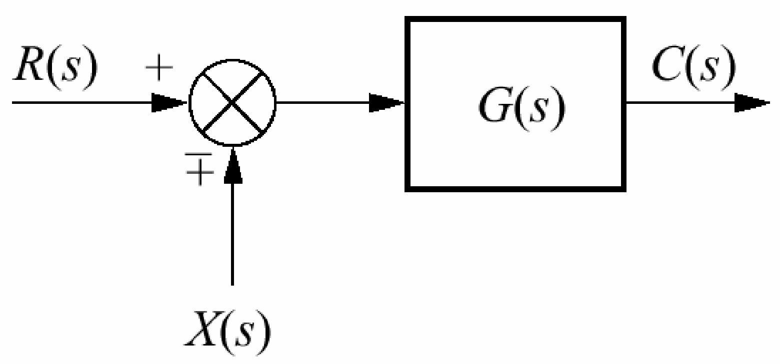
$$E(s) = \frac{C(s)}{G(s)}$$

$$G_e(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$$

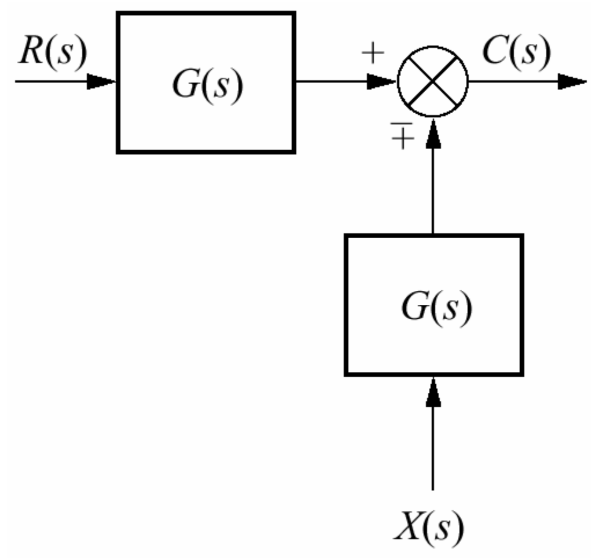
$$G_e(s) = \frac{G(s)}{1 \pm G(s)H(s)}$$

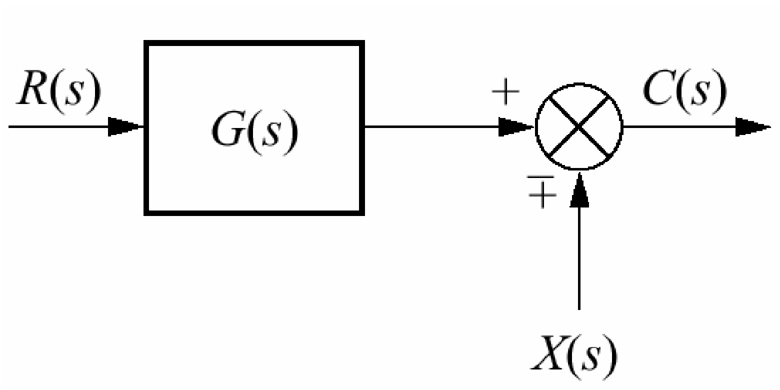


G(s)H(s)’e açık döngü transfer fonksiyonu veya döngü kazancı denir.

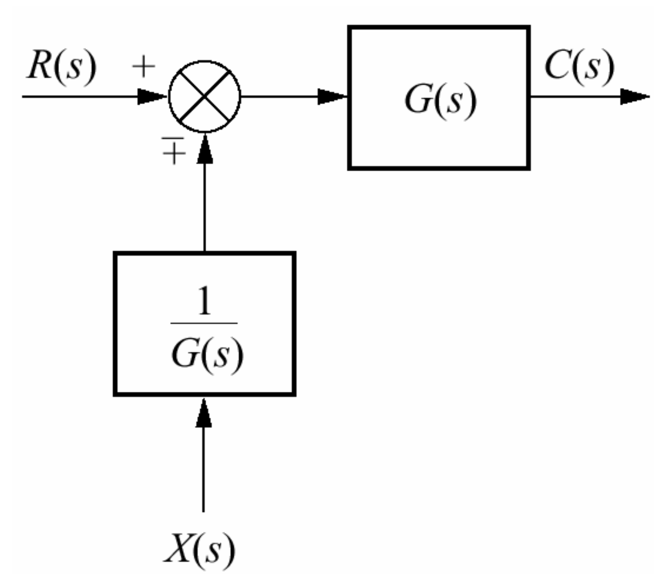

R(s)
+
∓
G(s)
C(s)
X(s)

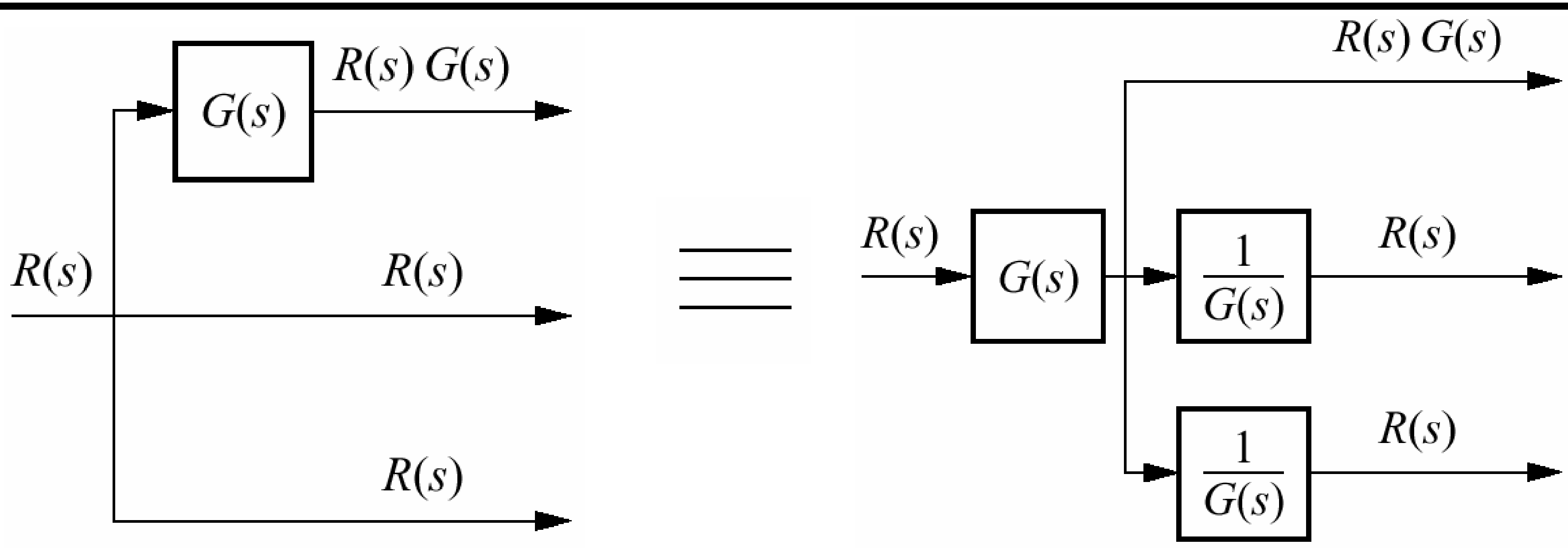
≡

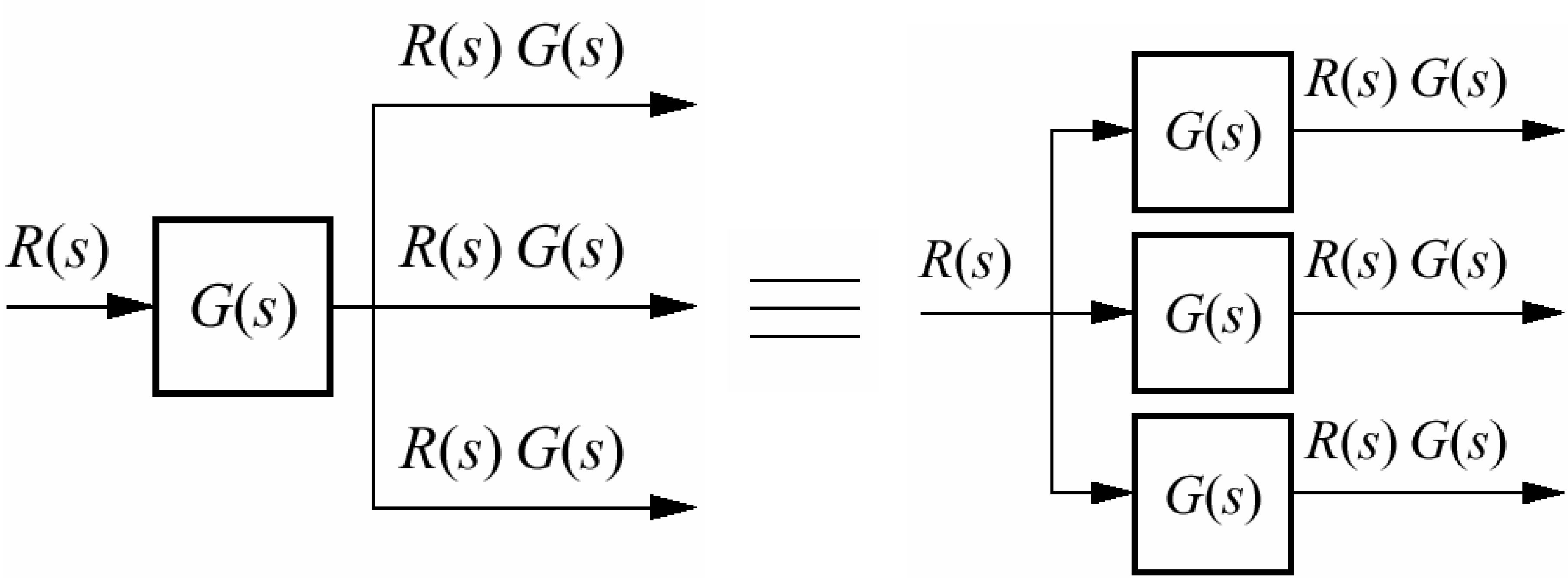

R(s)
G(s)
+
∓
C(s)
G(s)
X(s)


R(s)
G(s)
+
∓
C(s)
X(s)

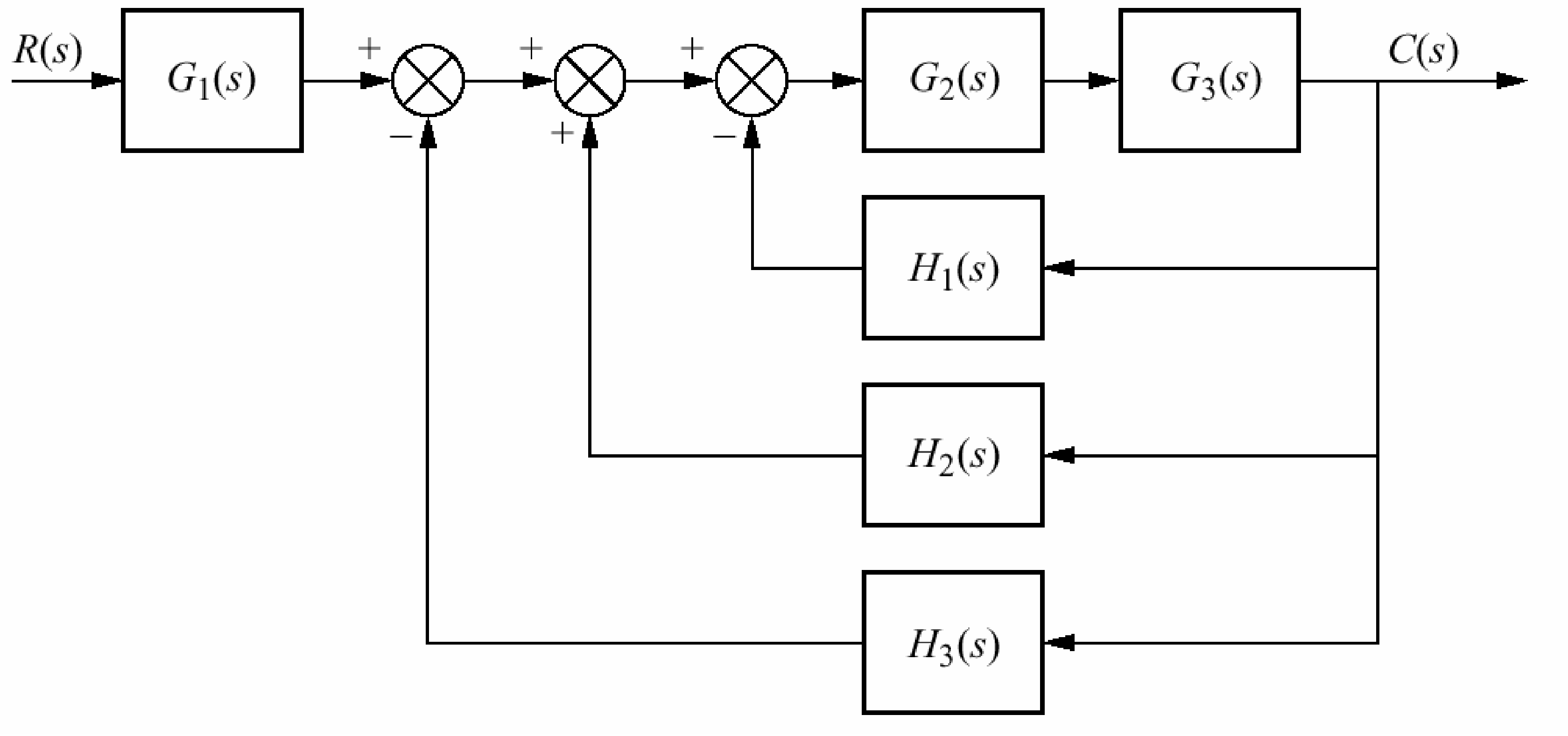
≡


R(s)
+
∓
G(s)
C(s)
1/G(s)
X(s)

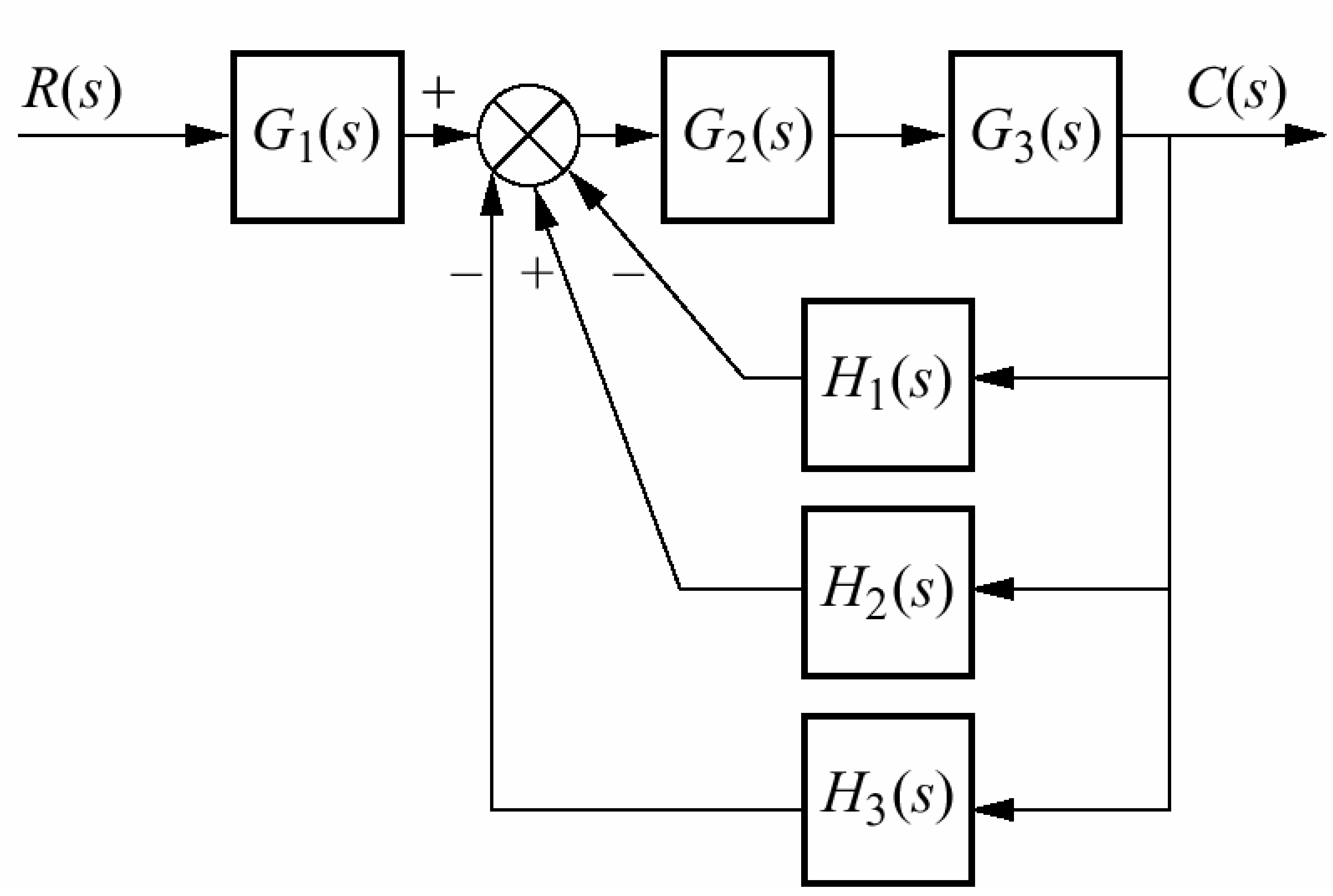

G(s)
R(s) G(s)
R(s)
R(s)
R(s)
≡
R(s) G(s)
R(s)
G(s)
1/G(s)
R(s)
1/G(s)
R(s)


R(s) G(s)
R(s)
G(s)
R(s) G(s)
R(s) G(s)
≡
R(s)
G(s)
R(s) G(s)
G(s)
R(s) G(s)
G(s)
R(s) G(s)

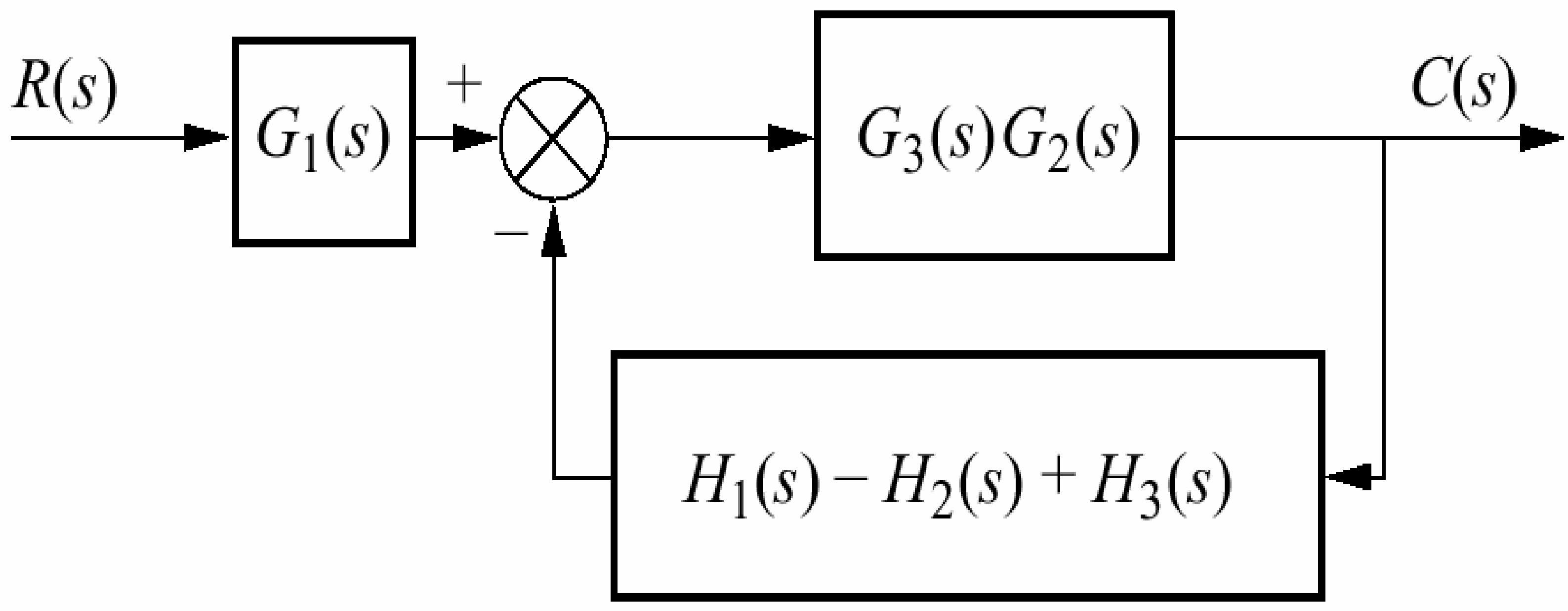
Örnek: Aşağıdaki blok diyagramı tek bir giriş-çıkış a indirgeyin.



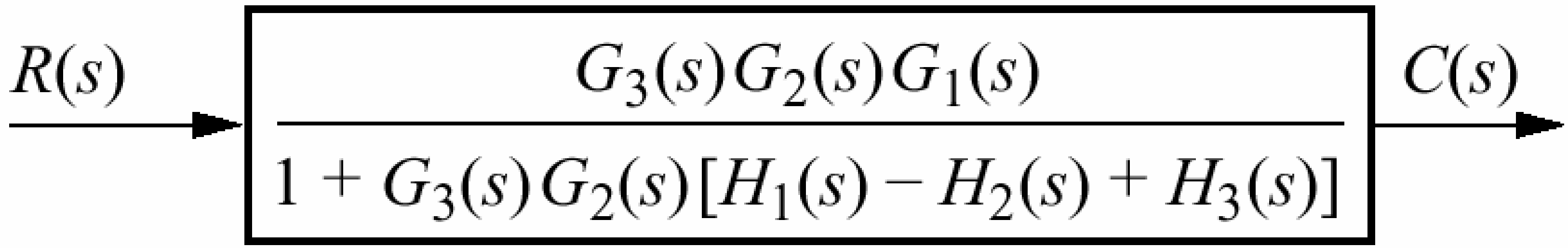
Önce tek bir toplayıcı da geri besleme sinyallerini toplayabiliriz



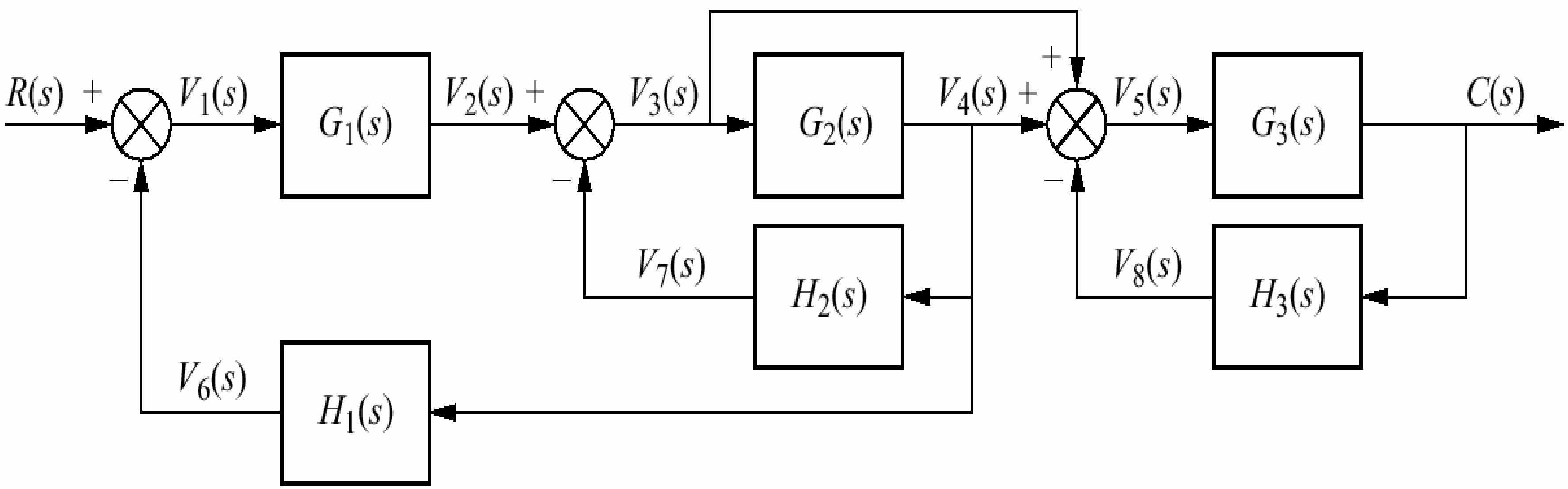
$H_1(s)$, **$H_2(s)$** ve **$H_3(s)$** lar aynı giriş işaretine sahipler çıkışları toplanmaktadır. Ayrıca **$G_2(s)$** ve **$G_3(s)$** ard ardadır. Bu durumda;



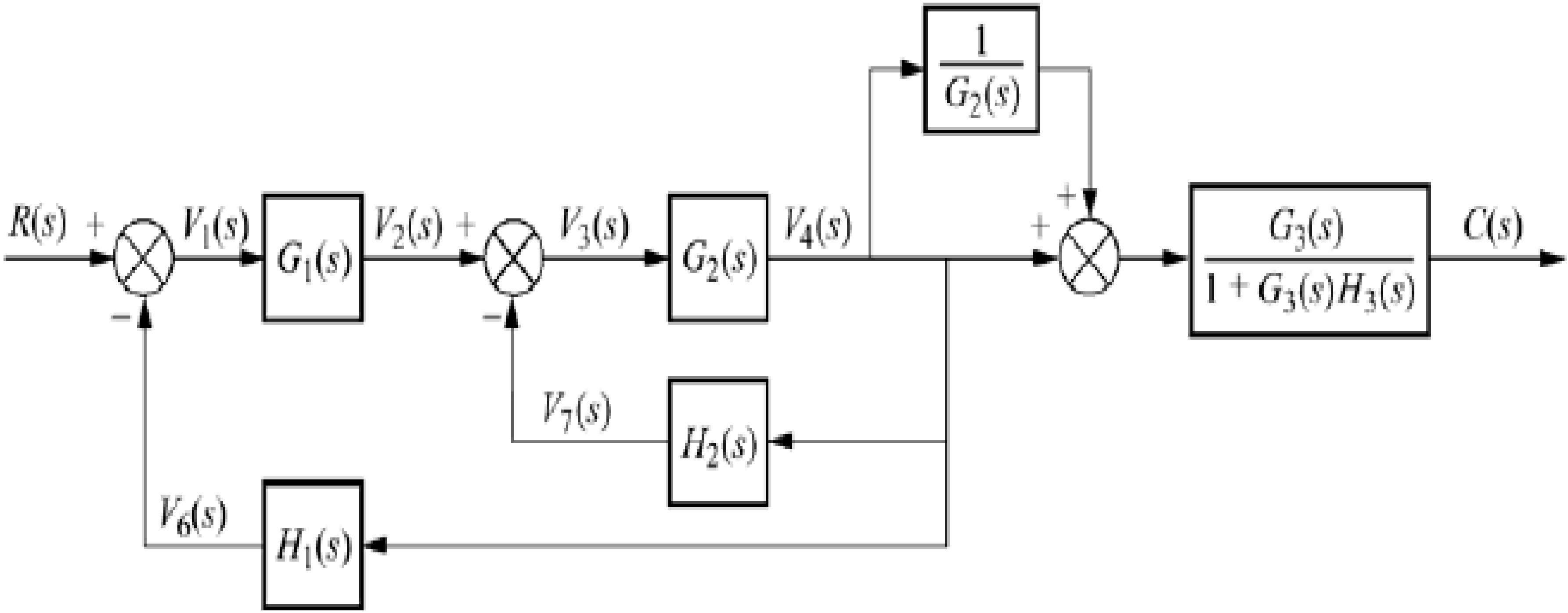
Geri besleme bağlantısıda dikkate alındığında sonuç olarak tek giriş ve çıkışlı blok diyagramı;



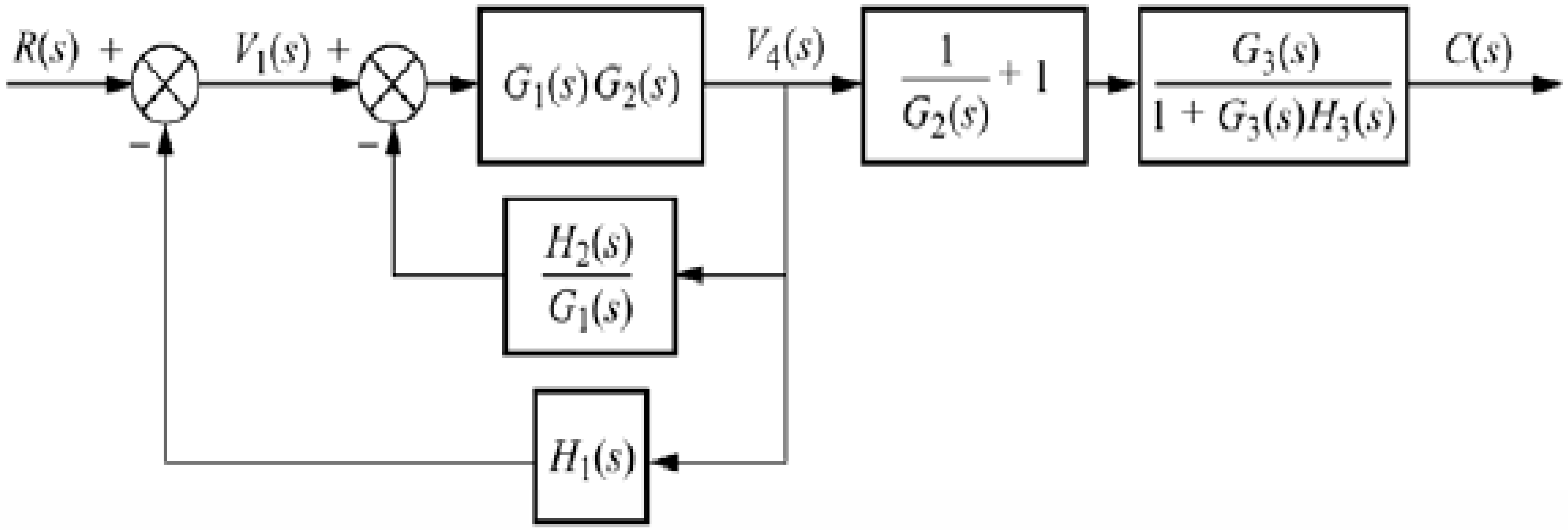
Örnek: Aşağıdaki blok diyagramı tek bir giriş-çıkış a indirgeyin.



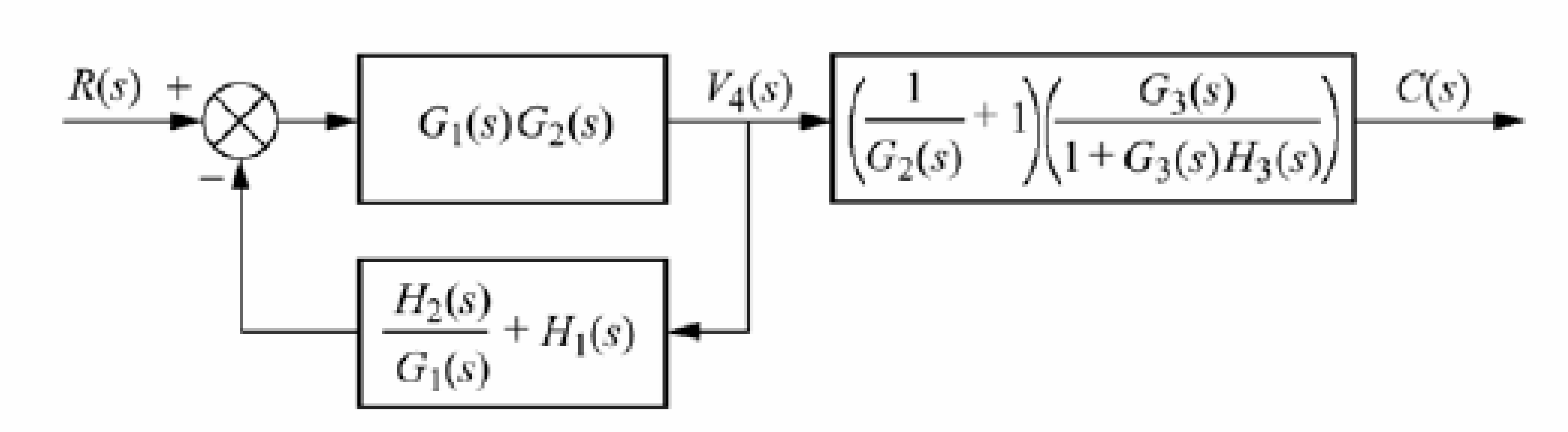
Birim geribesleme ucunu $\mathbf{G_2(s)}$'in sağına alalım ve $\mathbf{G_3(s)}$ ve $\mathbf{H_3(s)}$ in geri beslemesini tek blok haline getirelim:



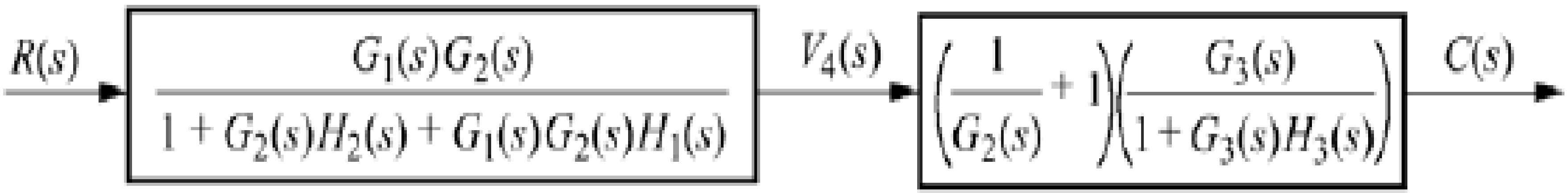
1 / G_2(s) ile birim işareti birleştirelim ve **G_1(s)**'i toplayıcının sağına alalım:



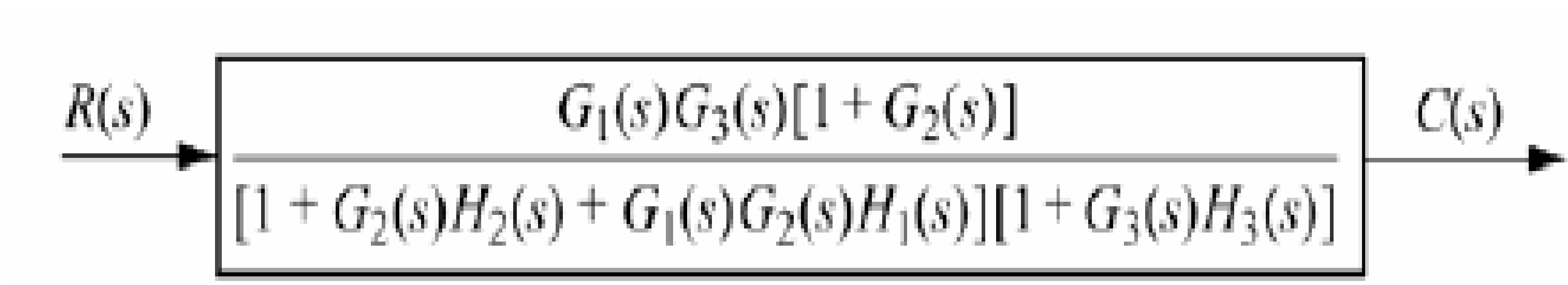
Toplayıcıları birleştirelim ard arda bağlatıyı tek blok diyagrama dönüştürelim:

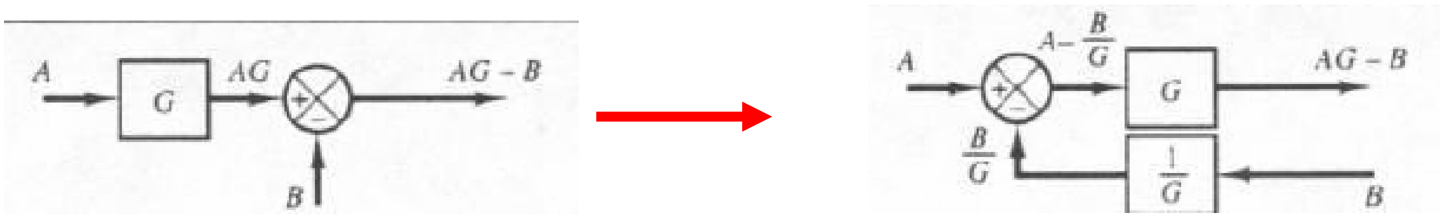


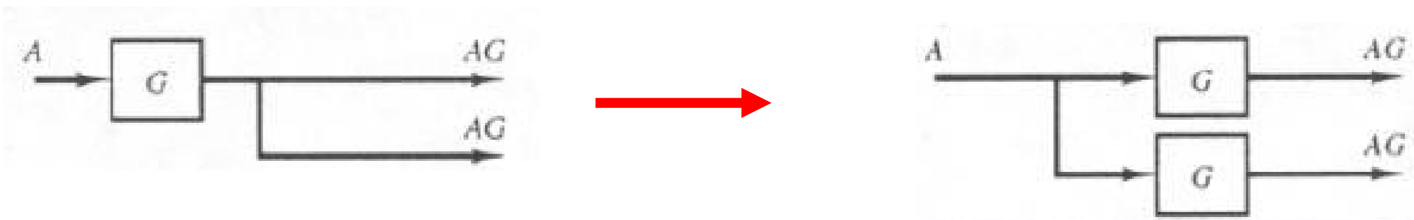
Geri besleme bağlatısının blok işlemini yapalım:

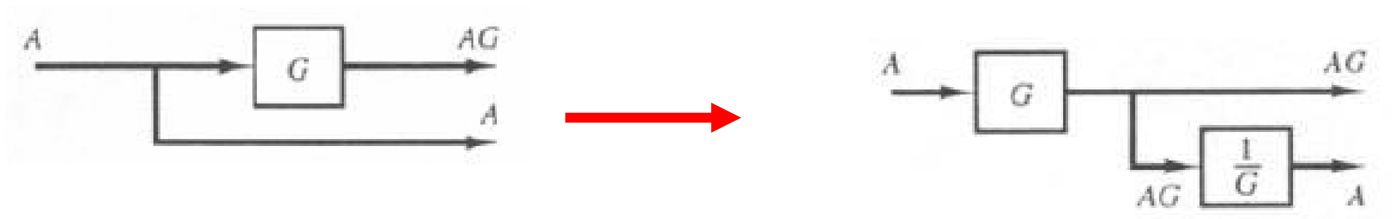


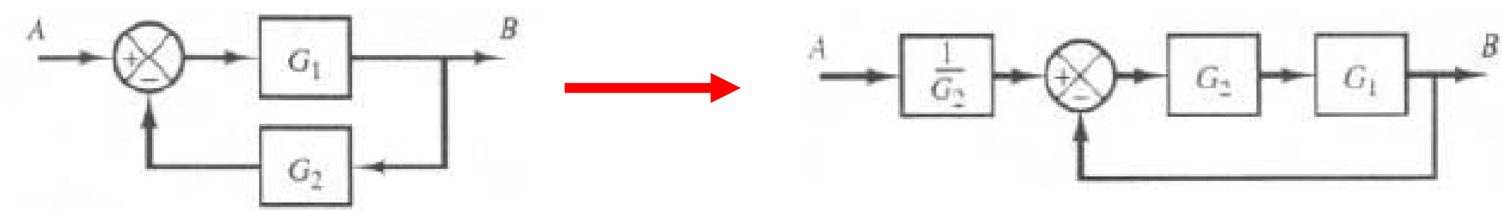
Ard arda bağlatı işelmini gerçekleyelim:

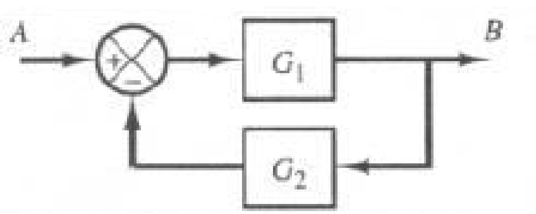



A
G
AG
AG − B
B
A − B/G
B/G
1/G


A
G
AG
AG


A
G
AG
A
1/G
AG


A
G_1
G_2
B
$1/G_2$

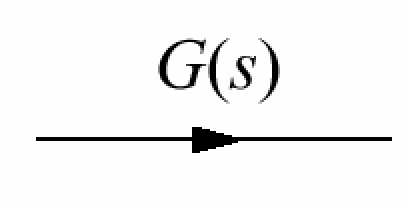

A
G_1
G_2
B

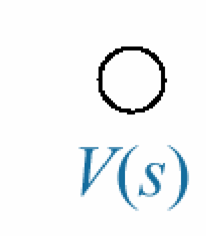

A
$\frac{G_1}{1+G_1G_2}$
B

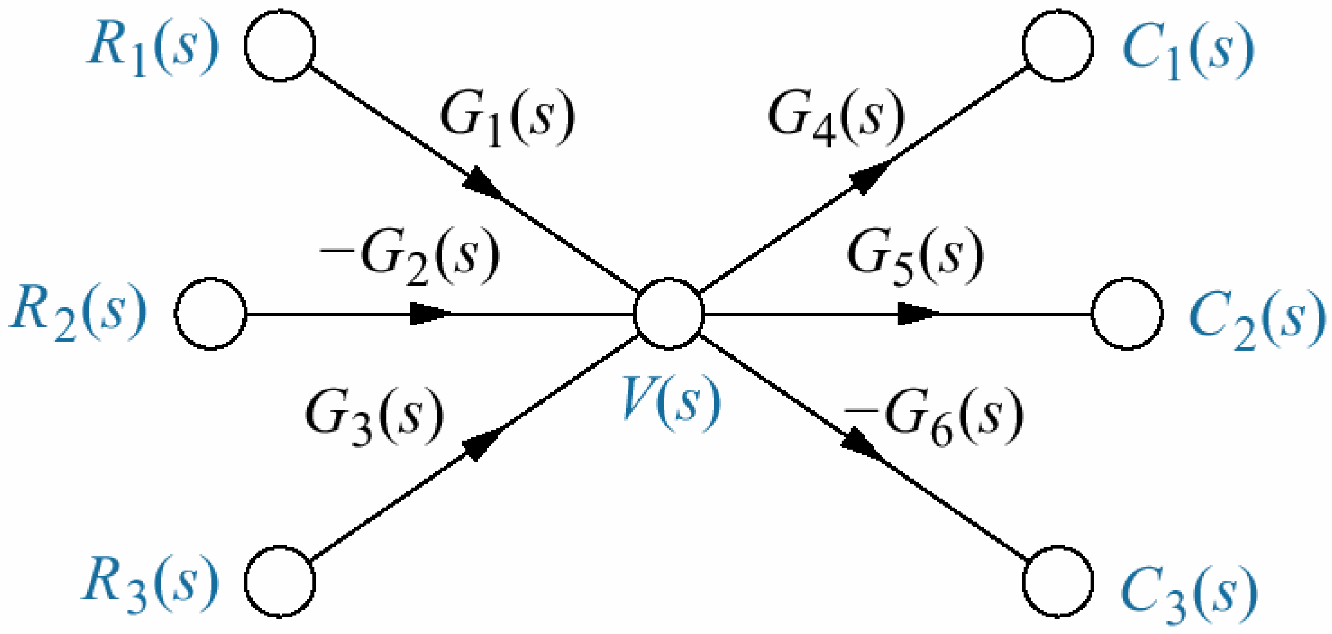
İŞARET AKIŞ DİYAGRAMLARI

İşaret akış diyagramları bir diğer sistem temsilidir.

İşaret akış diyagramı, alt sistemi ifade eden dallardan ve işaretleri ifade eden nod'lardan oluşur.







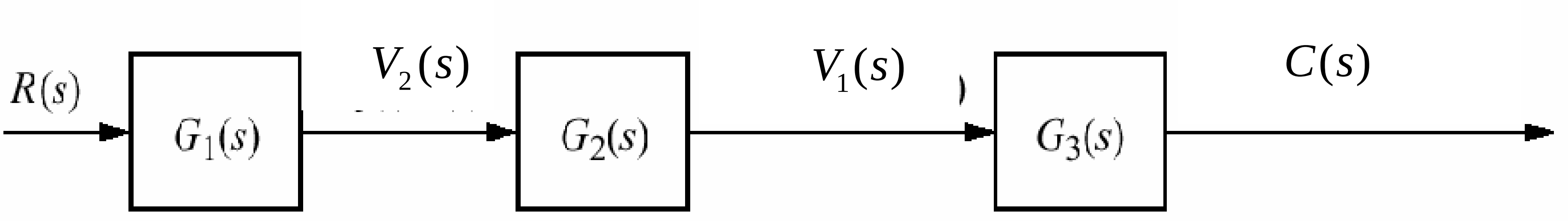
Her bir işaret kendine doğru gelen işaretlerin toplamı ile ifade edilir. Örneğin:

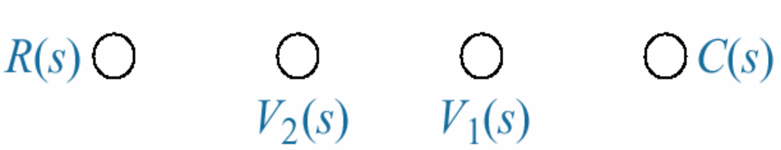
$$X(s) = R_1(s)G_1(s) - R_2(s)G_2(s) + R_3(s)G_3(s)$$

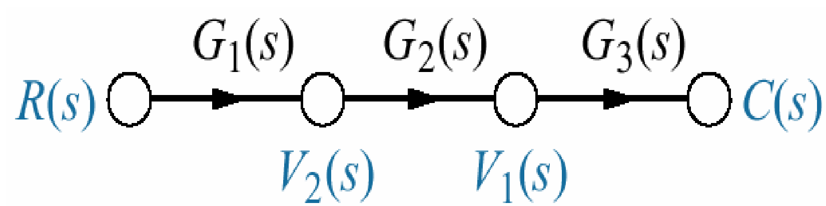
$$C_2(s) = X(s)G_5(s) = R_1(s)G_1(s)G_5(s) - R_2(s)G_2(s)G_5(s) + R_3(s)G_3(s)G_5(s)$$

$$C_3(s) = -X(s)G_6(s) = -R_1(s)G_1(s)G_6(s) + R_2(s)G_2(s)G_6(s) - R_3(s)G_3(s)G_6(s)$$

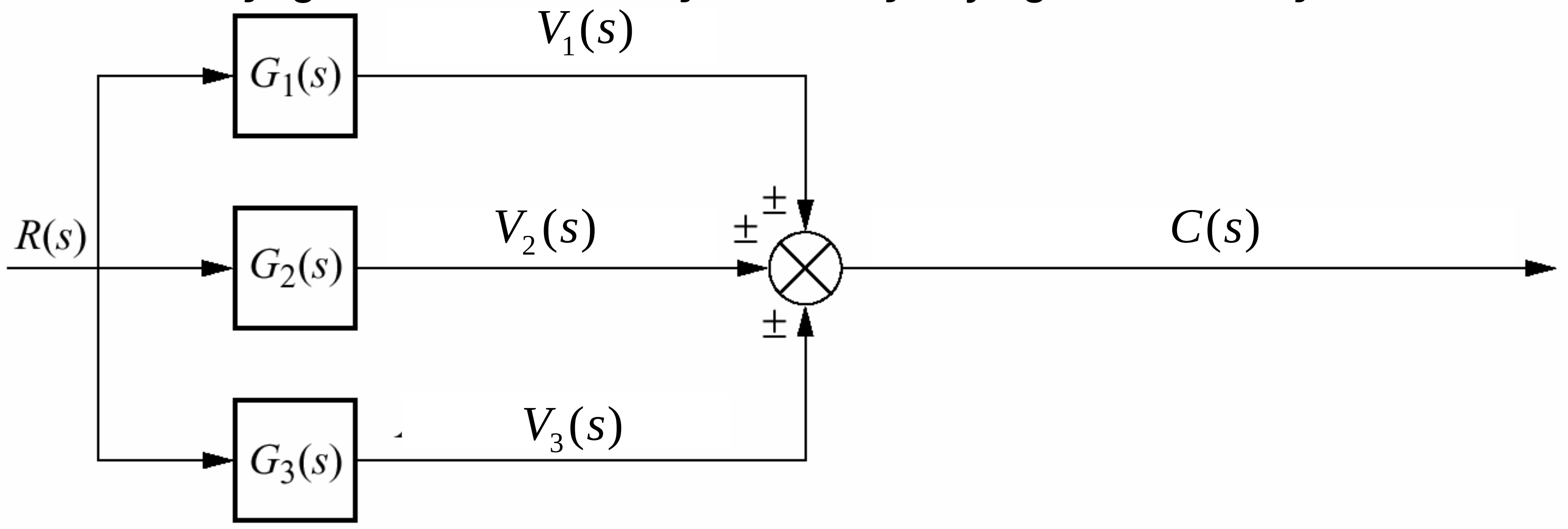
Örnek: Aşağıdaki sistemin işaret akış diyagramını oluşturun.

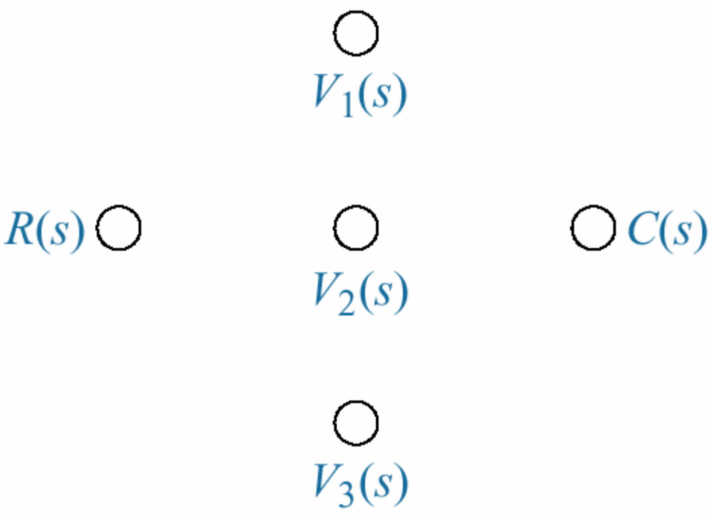


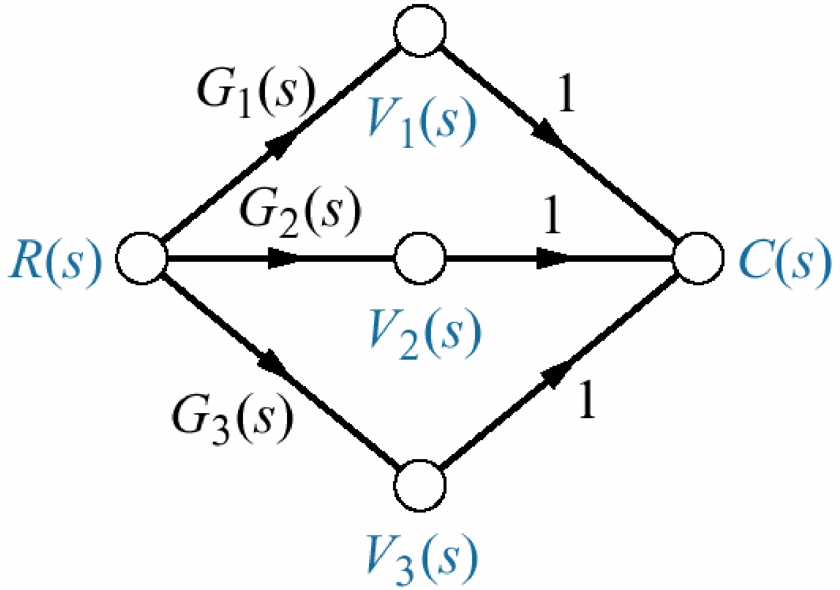




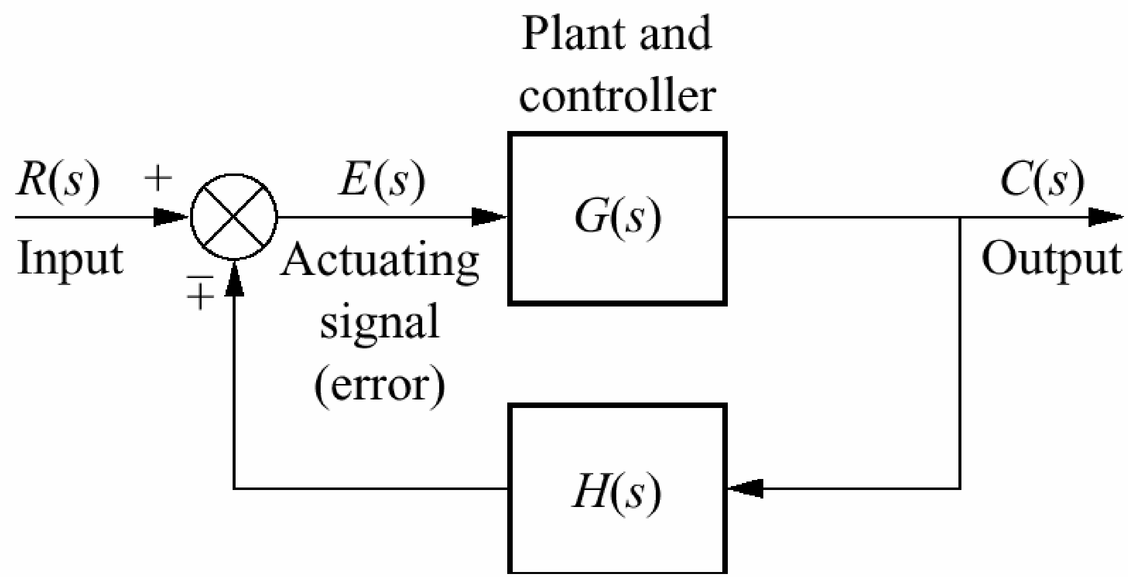
Örnek: Aşağıdaki sistemin işaret akış diyagramını oluşturun.

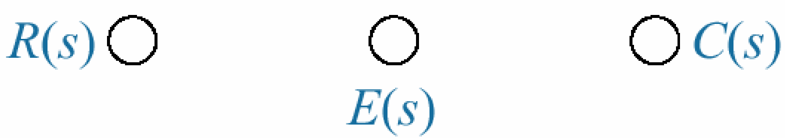


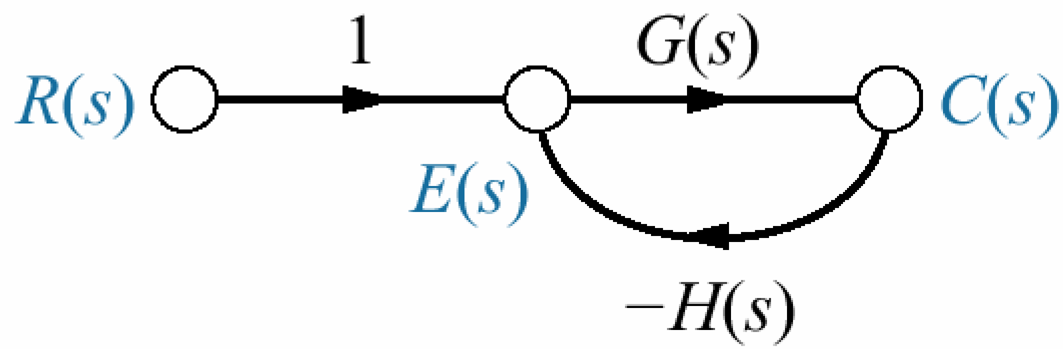




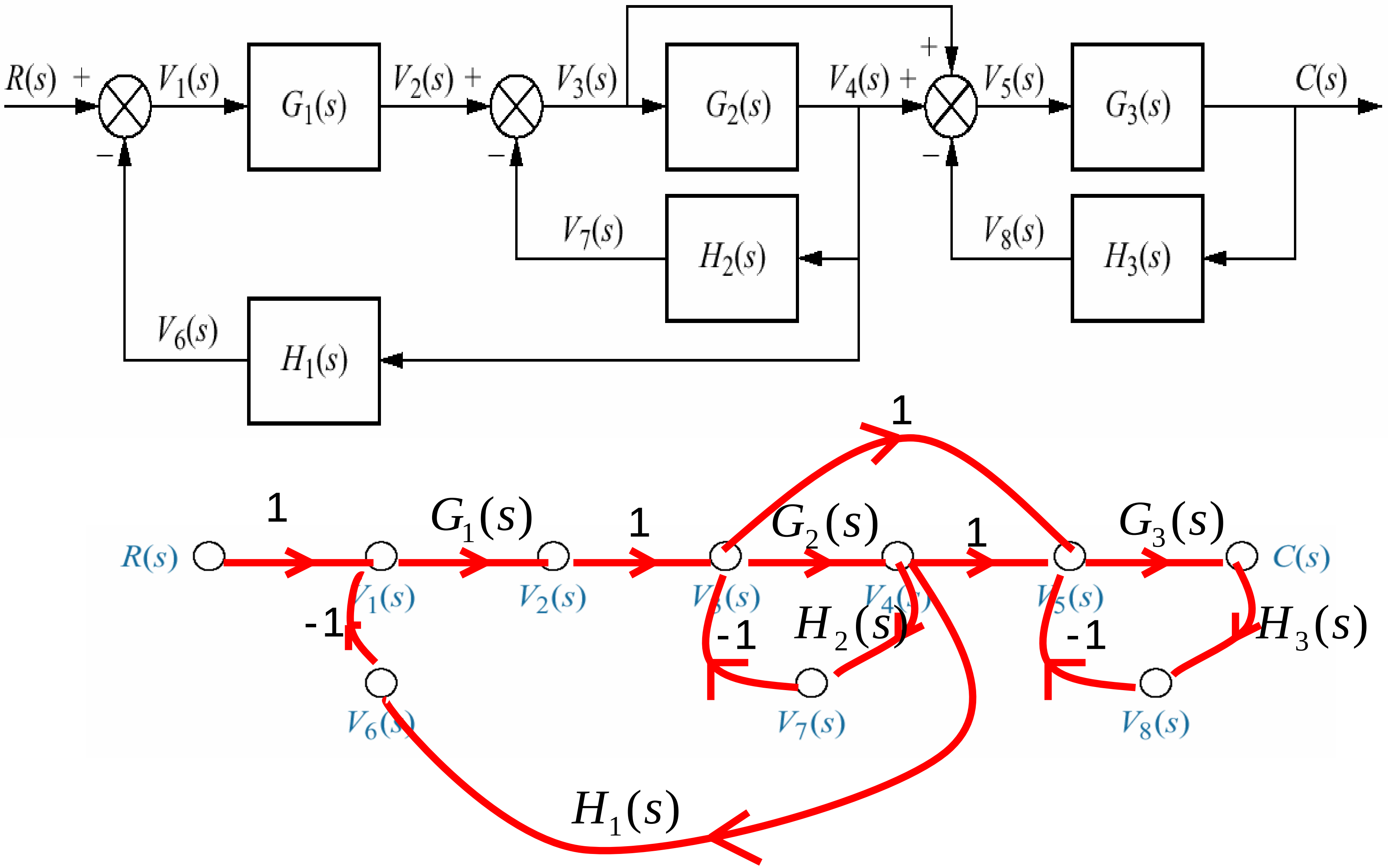
Örnek: Aşağıdaki sistemin işaret akış diyagramını oluşturun.



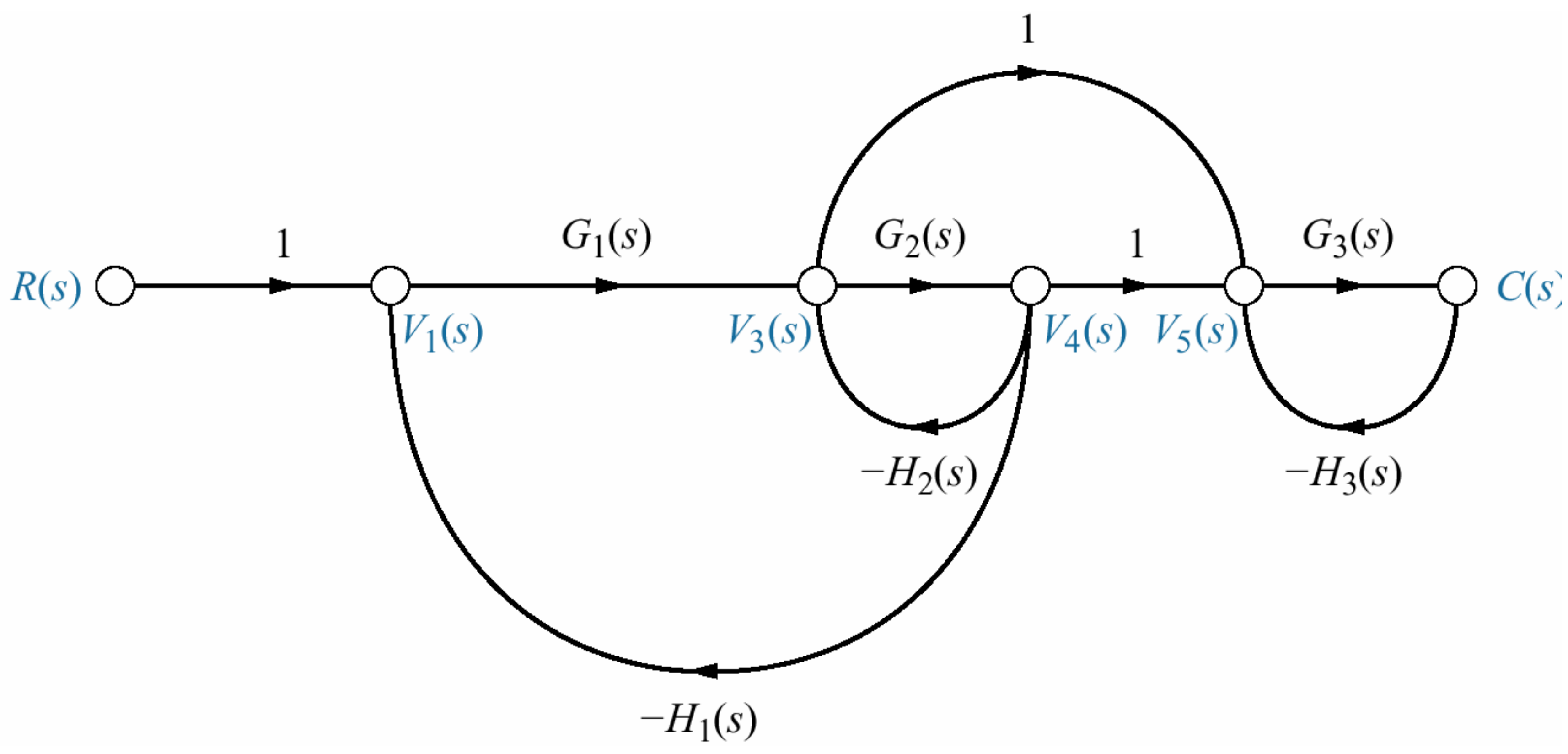




Örnek: Aşağıdaki sistemin işaret akış diyagramını oluşturun.



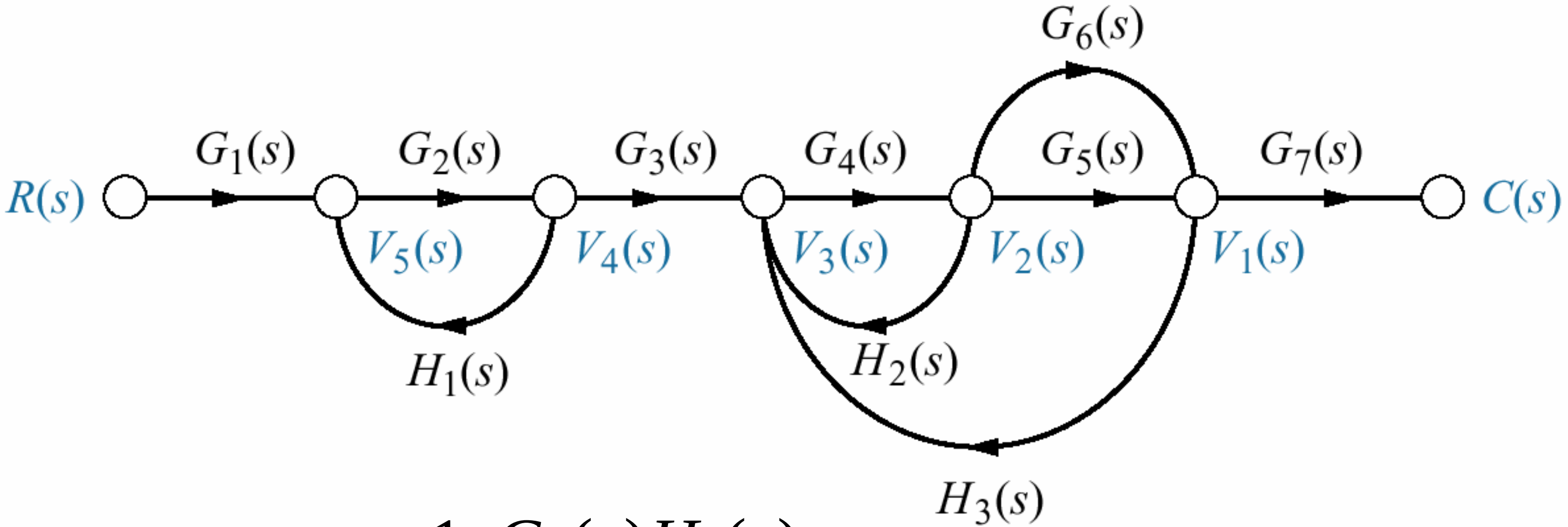
V_2, V_6, V_7 ve **V_8** gibi tek bir girişi ve tek bir çıkışı olan nod'ları sadeleştirebiliriz, bu durumda:



İşaret Akış Diyagramının Sadeştirilmesi, S.J.Mason Yasası:

Blok diyagramları gibi işaret akış diyagramlarını sadeleştirebiliriz. S.J. Mason 1953 de işaret akış diyagramlarını tek bir giriş çıkış ilişkisine çeviren formülüzasyon geliştimirmiştir.

Döngü Kazancı: Bir nod'da başlayıp başka bir nod'dan geçmeden tekrar aynı nod'a dönen dal'ları çarpımıdır.



1. $G_2(s)H_1(s)$
2. $G_4(s)H_2(s)$
3. $G_4(s)G_5(s)H_3(s)$
4. $G_4(s)G_6(s)H_3(s)$

İleri Yol Kazancı: Giriş nod'undan başlayıp çıkış nod'una kadar olan kazançların çarpımıdır.

$$1.\ G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)G_5(s)G_7(s)$$

$$2.\ G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)G_6(s)G_7(s)$$

Temassız Döngü: Ortak nod'u olmayan döngülerdir.

$G_2(s)H_1(s)$ döngüsü $G_4(s)H_2(s)$, $G_4(s)\ G_5(s)H_3(s)$, ve $G_4(s)\ G_6(s)H_3(s)$ döngüleri ile temassızdır.

Temassız Döngü Kazancı: Temassı döngü kazançlarının iki, üçlü, etc çarpımıdır.

$$1.\ \left[G_2(s)H_1(s)\right]\left[G_4(s)H_2(s)\right] \quad 3.\ \left[G_2(s)H_1(s)\right]\left[G_4(s)G_6(s)H_3(s)\right]$$

$$2.\ \left[G_2(s)H_1(s)\right]\left[G_4(s)G_5(s)H_3(s)\right]$$

Bu örnekte, aynı anda üç temassız döngü olmadığından üçlü çarpım ile temassız döngü kazancımız yok.

S.J.Mason Yasası:

$$G(s)=\frac{C(s)}{R(S)}=\frac{\sum_k T_k \Delta_k}{\Delta}$$

k= iler yol sayısı

$\mathbf{T_k}$= k. İleri yol kazancı

Δ=**1**-**Σ**(döngü kazançları)+ **Σ**(ikili çarpım temassız döngü kazançları)

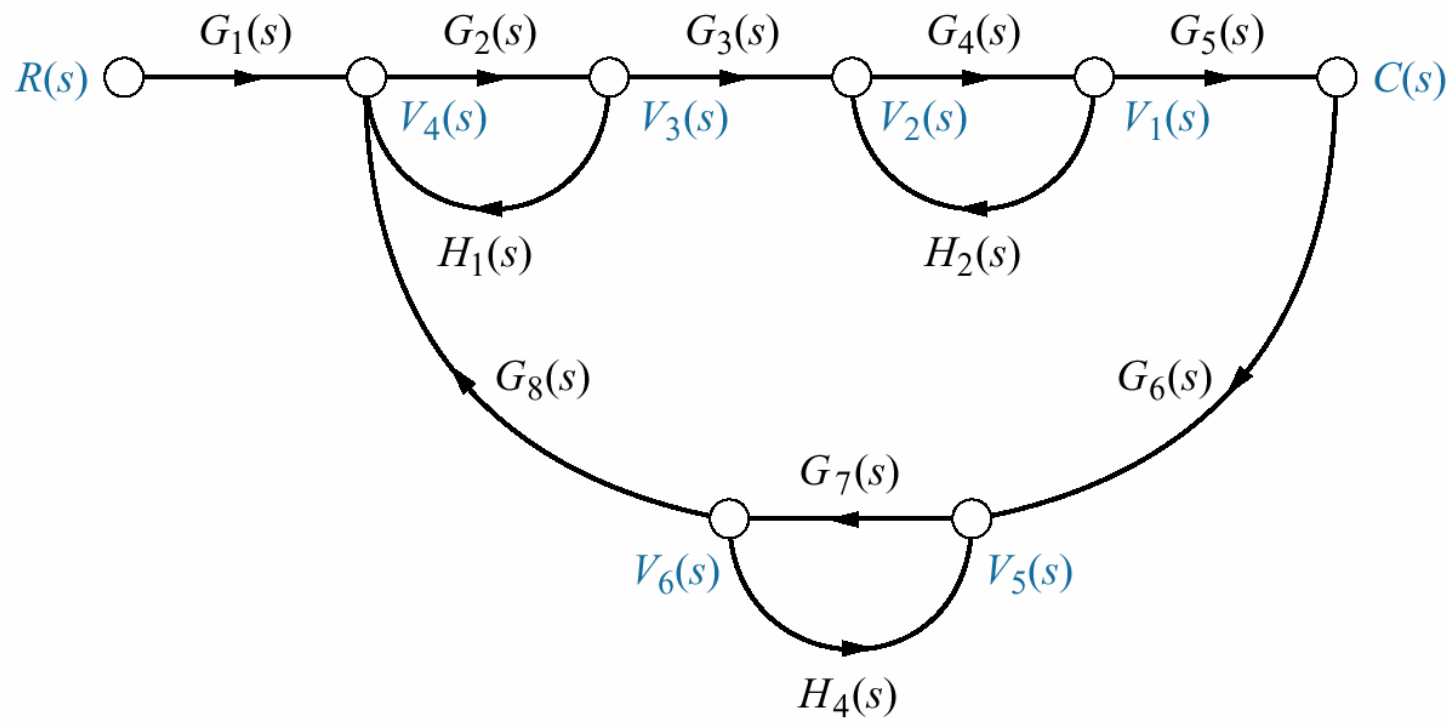
-Σ(üçlü çarpım temassız döngü kazançları)

+Σ(dörtlü çarpım temassız döngü kazançları)

$\mathbf{\Delta_k}$=**Δ**- **Σ**(**k.** Yola temas eden döngü kazançları). Bir başka deyişle

Δ ‘ya temas etmeyen döngü kazançları

Örnek: Aşağıdaki işaret akış diyagramı verilen sistemin **C(s) / R(s)** taransfer fonksiyonunu bulunuz.



Önce ileri yol kazancını belirleyelim: $G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)G_5(s)$

Kapalı döngü kazançları:

1. $G_2(s)H_1(s)$
2. $G_4(s)H_2(s)$
3. $G_7H_4(s)$
4. $G_2(s)G_3(s)G_4(s)G_5(s)G_6(s)G_7(s)G_8(s)$

Dikkat edilecek olursa 1. döngü 2. ve 3. döngüler ile temas etmez. 2. döngü de 3. döngü ile temas etmez. 1.,2. ve 3. döngüler 4. döngü ile temas etmektedir.Bu durumda;

İkili çarpım temassız döngü kazançları:

$$1.\ G_2(s)H_1(s)G_4(s)H_2(s) \qquad 2.\ G_2(s)H_1(s)G_7(s)H_4(s)$$

$$3.\ G_4(s)H_2(s)G_7(s)H_4(s)$$

Üçlü çarpım temassız döngü kazancı:

$$G_2(s)H_1(s)G_4(s)H_2(s)G_7(s)H_4(s)$$

Δ ‘yı oluşturalım:

$$\begin{aligned}\Delta = 1 - [&G_2(s)H_1(s) + G_4(s)H_2(s) + G_7(s)H_4(s) \\ &+ G_2(s)G_3(s)G_4(s)G_5(s)G_6(s)G_7(s)G_8(s)] \\ &+ [G_2(s)H_1(s)G_4(s)H_2(s) + G_2(s)H_1(s)G_7(s)H_4(s) \\ &+ G_4(s)H_2(s)G_7(s)H_4(s)] \\ &- [G_2(s)H_1(s)G_4(s)H_2(s)G_7(s)H_4(s)]\end{aligned}$$

Δ_k ‘yı oluşturalım: İleri yola temas etmeyen **Δ**’nın parçası

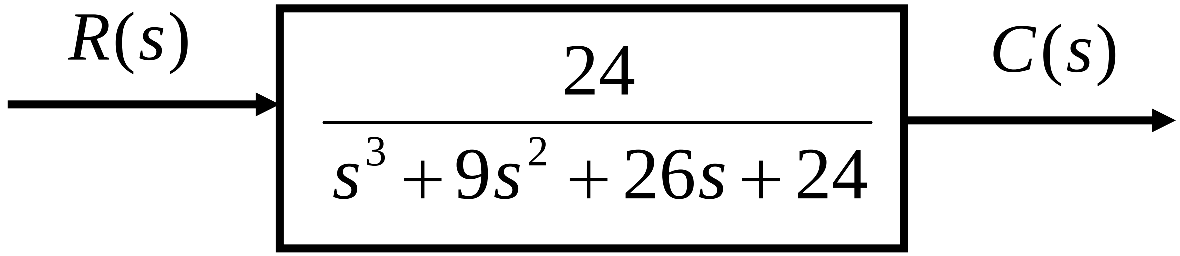
$$\Delta_1 = 1 - G_7(s)H_4(s)$$

Sadeleşmiş işaret akış diyagramı J.S.Mason formülüne göre,

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(S)} = \frac{\sum_k T_k \Delta_k}{\Delta} = \frac{T_1 \Delta_1}{\Delta}$$

$$= \frac{\left[G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)G_5(s)\right]\left[1 - G_7(s)H_4(s)\right]}{\Delta}$$

Durum Denklemlerinin İşaret Akış Diyagramları



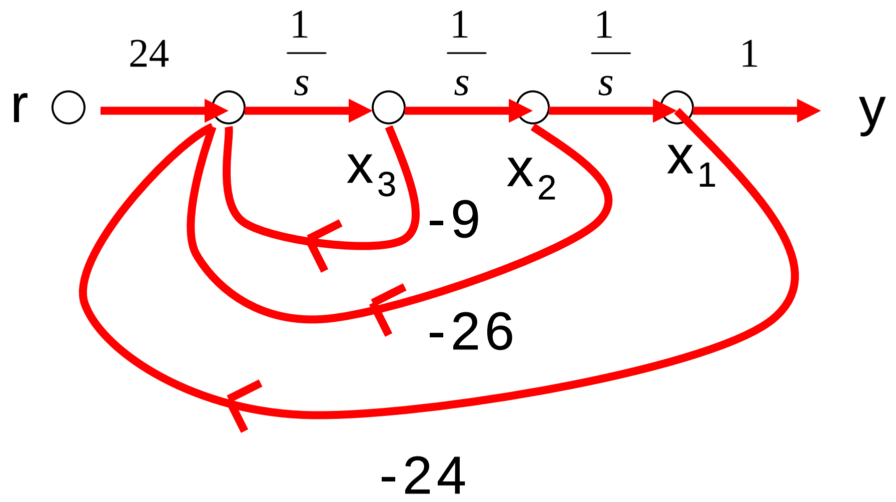
Sisteminin durum uzayı gösterimi:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

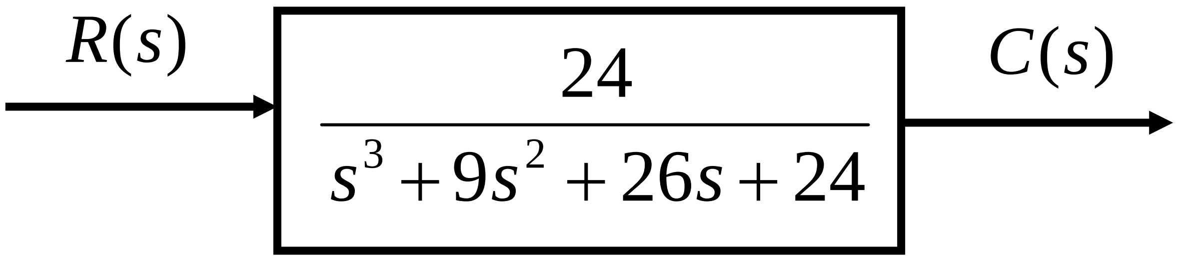
$$\dot{x}_2 = x_3$$

$$\dot{x}_3 = -24x_1 - 26x_2 - 9x_3 + 24r$$

$$y = x_1$$

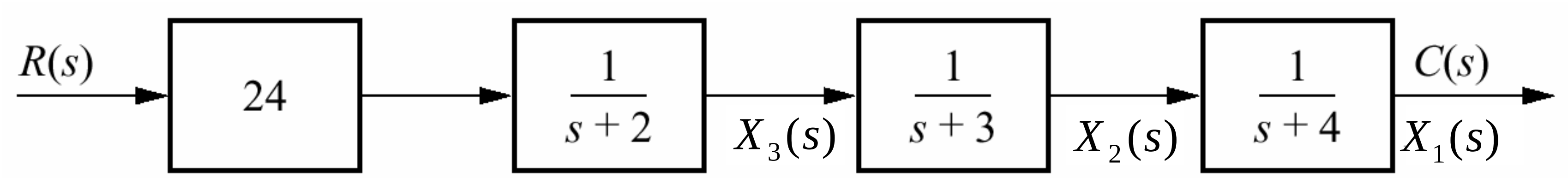


Ard arda (Kaskat) Gösterim:



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{24}{(s+2)(s+3)(s+4)}$$

Sİstemimiz alternatif olarak;



Şeklinde gösterebiliriz

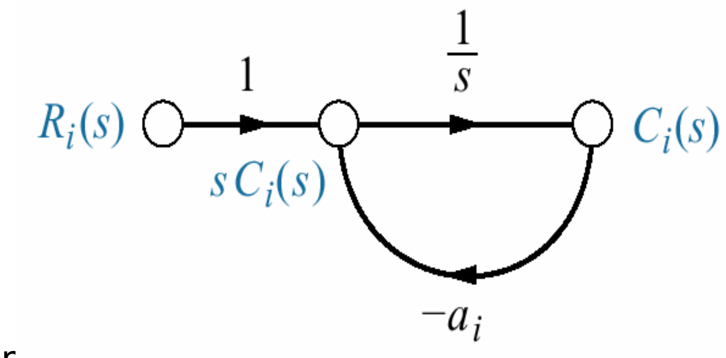
Her bir birinci derece blok'un çıkışını durum değişkeni olarak tanımlayalım.

Her bir blok'un giriş-çıkış ilişkisi: $\dfrac{C_i(s)}{R_i(s)} = \dfrac{1}{(s+a_i)}$

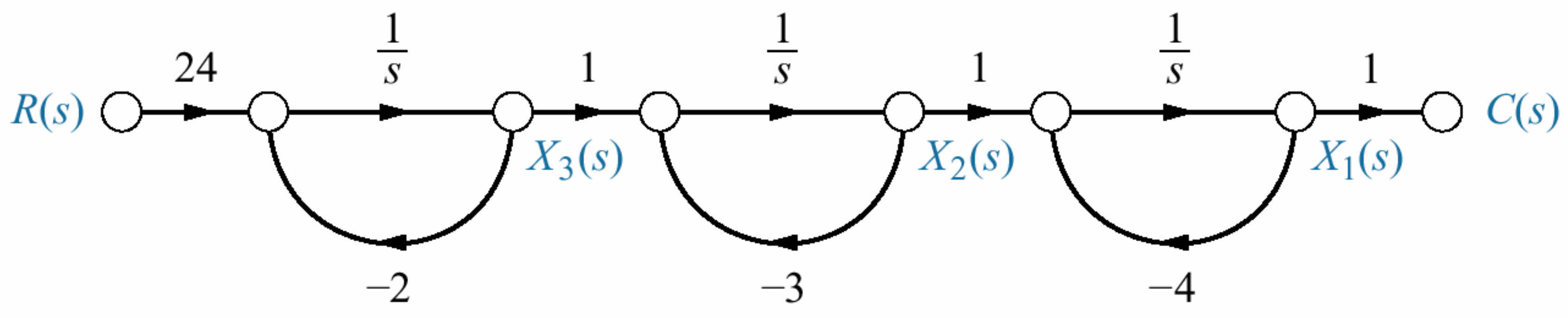
$C_i(s)(s+a_i) = R_i(s)$ Ters Laplas alalım,

$$\frac{dc_i}{dt} + a_i c_i = r_i(t)$$

$$\frac{dc_i}{dt} = -a_i c_i + r_i(t)$$



Örneğimizdeki transfer fonksiyonlarını ard arda eklersek işaret akış diyagramımız:



Durum değişkeninin türevi her bir integratörün girişi olacağını hatırlayacak olursak durum dinamikleri;

$$\dot{x}_1 = -4x_1 + x_2$$

$$\dot{x}_2 = -3x_2 + x_3$$

$$\dot{x}_3 = -2x_3 + 24r$$

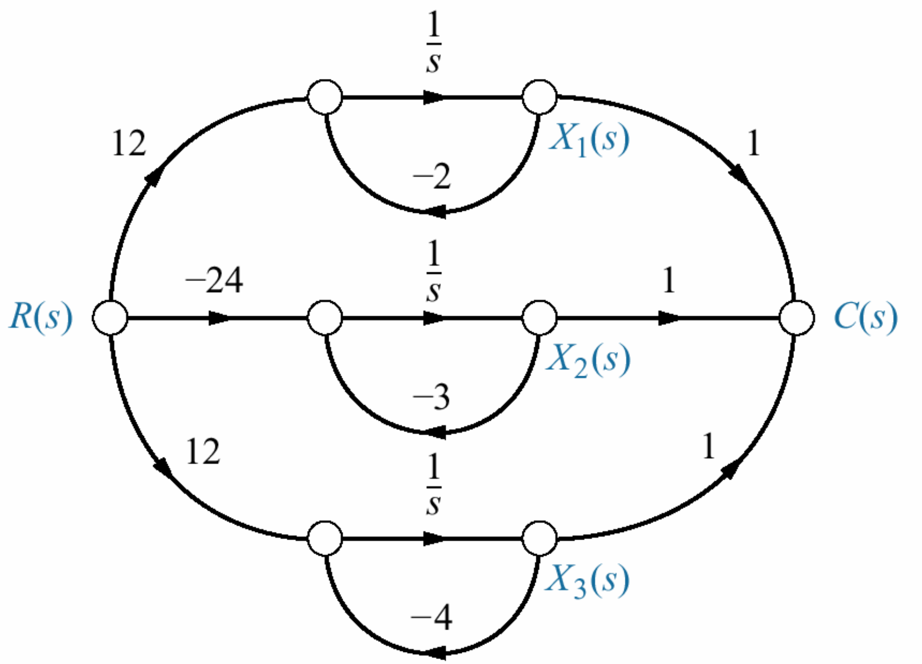
$$y(t) = c(t) = x_1$$

Paralel Gösterim: Sistemi temsil eden bir diğer gösterimdir.

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{24}{(s+2)(s+3)(s+4)} \quad =\frac{12}{(s+2)}-\frac{24}{(s+3)}+\frac{12}{(s+4)}$$

$$C(s)=\frac{12}{(s+2)}R(s)-\frac{24}{(s+3)}R(s)+\frac{12}{(s+4)}R(s)$$

İşaret akış diyagramı:



$$\dot{x}_1=-2x_1+12r(t)$$

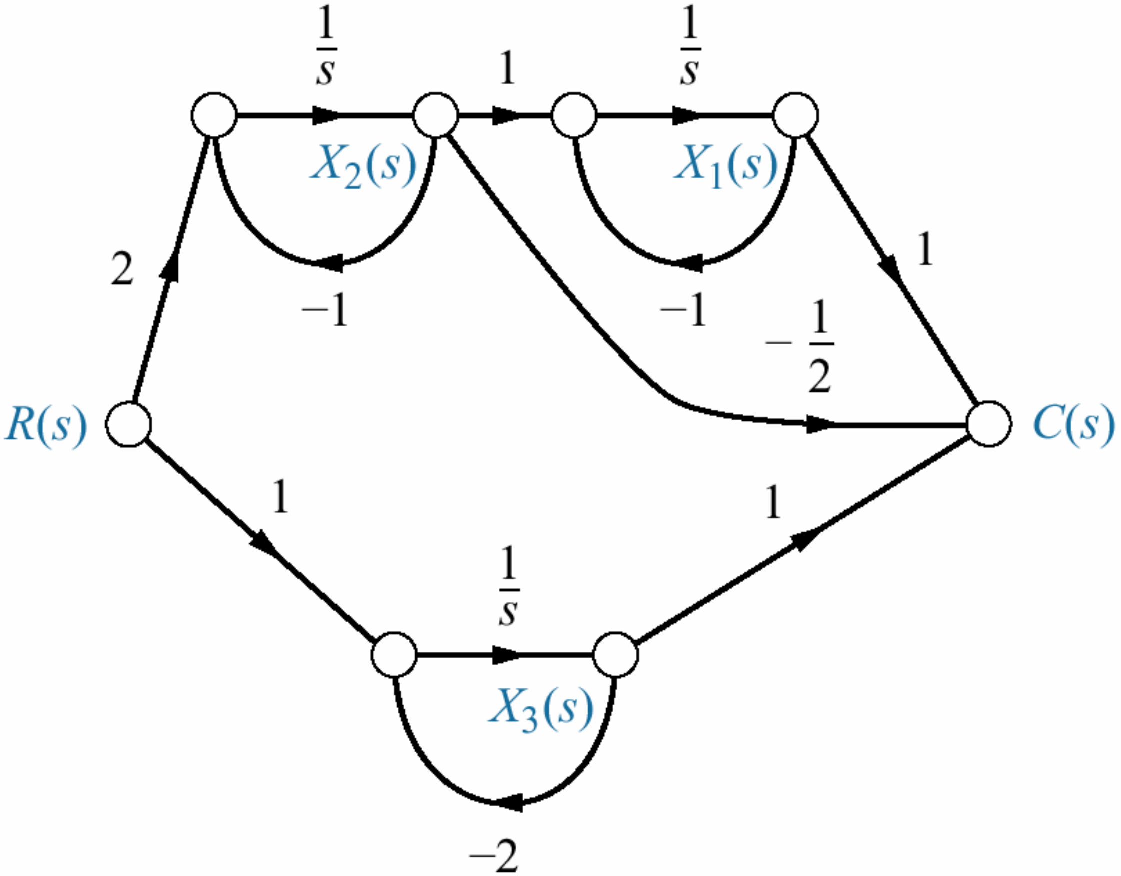
$$\dot{x}_2=-3x_2-24r(t)$$

$$\dot{x}_3=-4x_3+12r(t)$$

$$y(t)=c(t)=x_1+x_2+x_3$$

Örnek: $$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{(s+3)}{(s+1)^2(s+2)}$$ İşaret akış diyagramını çiziniz durum dinamiklerini yazınız.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{2}{(s+1)^2} - \frac{1}{(s+1)} + \frac{1}{(s+2)}$$



$$\dot{x}_1 = -2x_1 + x_2$$

$$\dot{x}_2 = -x_2 - 2r(t)$$

$$\dot{x}_3 = -2x_3 + r(t)$$

$$y(t) = c(t) = x_1 - \frac{1}{2}x_2 + x_3$$

Geçişli Faz Değişken Gösterimi:

Sistem sıfırlara sahip olduğu durumdaki gösterimdir.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{s^2 + 7s + 2}{s^3 + 9s^2 + 26s + 24}$$

Payı ve paydayı en yüksek derece olan s^3 'e bölelim,

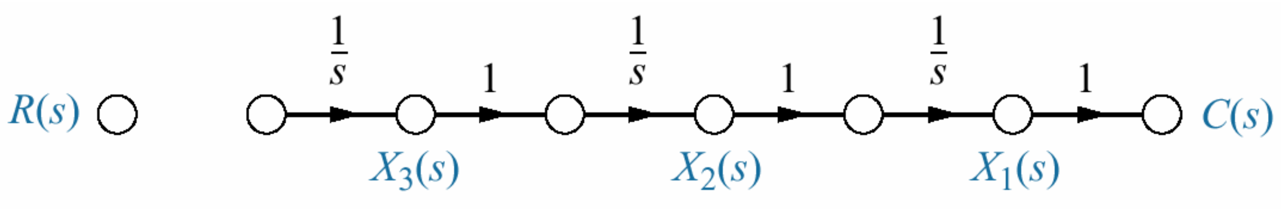
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{1}{s} + \frac{7}{s^2} + \frac{2}{s^3}}{1 + \frac{9}{s} + \frac{26}{s^2} + \frac{24}{s^3}}$$

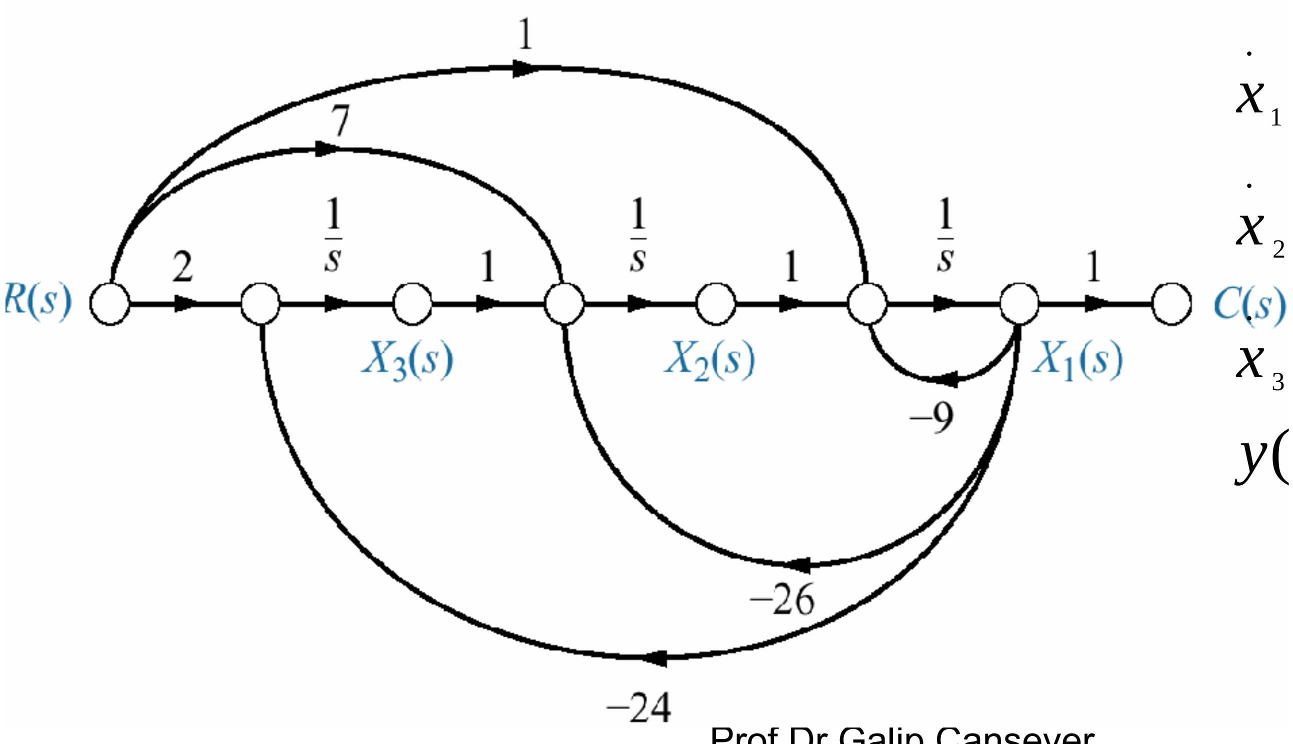
İçler dışlar çarpımı yapalım;

$$\left[\frac{1}{s} + \frac{7}{s^2} + \frac{2}{s^3}\right] R(s) = \left[1 + \frac{9}{s} + \frac{26}{s^2} + \frac{24}{s^3}\right] C(s)$$

Aynı dereceli terimleri bir arada toplayalım:

$$C(s)=\frac{1}{s}\left[R(s)-9C(s)\right]+\frac{1}{s^2}\left[7R(s)-26C(s)\right]+\frac{1}{s^3}\left[2R(s)-24C(s)\right]$$





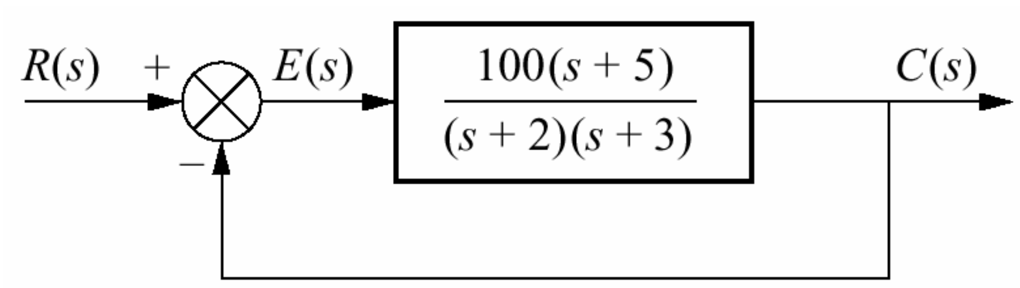
$$\dot{x}_1=-9x_1+x_2+r(t)$$

$$\dot{x}_2=-26x_1+x_3+7r(t)$$

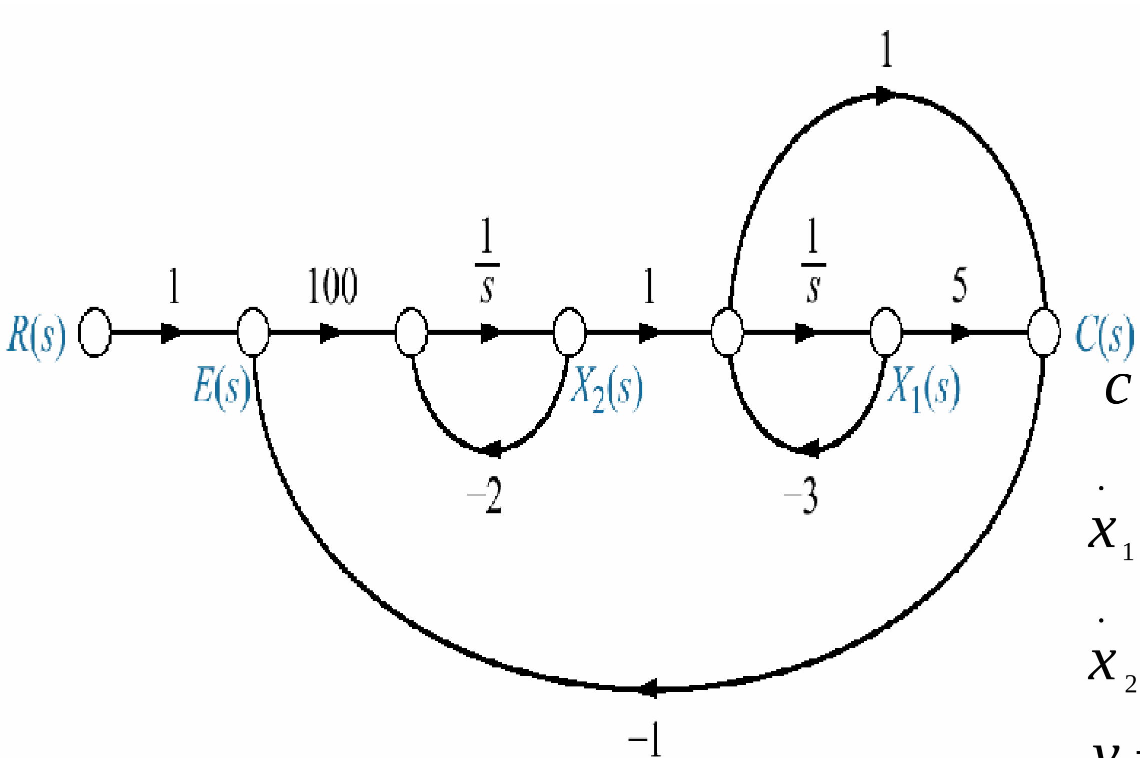
$$\dot{x}_3=-24x_1+2r(t)$$

$$y(t)=c(t)=x_1$$

Örnek:



İşaret akış diyagramını çiziniz durum dinamiklerini yazınız.



$$\dot{x}_1 = -3x_1 + x_2$$

$$\dot{x}_2 = -2x_2 + 100(r - c)$$

$$c = 5x_1 + (x_2 - 3x_1) = 2x_1 + x_2$$

$$\dot{x}_1 = -3x_1 + x_2$$

$$\dot{x}_2 = -200x_1 + -102x_2 + 100r$$

$$y = c(t) = 2x_1 + x_2$$